Science for Education Today

2022. Том 12. № 3 http://sciforedu.ru ISSN 2658-6762

УДК 371+51.77
DOI: 10.15293/2658-6762.2203.04

Научная статья / Research Full Article
Язык статьи: русский / Article language: Russian

Критерий для исследования зависимых и независимых выборок в области образования

А. Ж. Жафяров [1]

[1] Новосибирский государственный педагогический университет, Новосибирск, Россия

Проблема и цель*. Статья посвящена мониторингу качества образования и представляет собой продолжение исследований, изложенных ранее в работах автора. Цель – усовершенствовать критерий автора, представленный в указанной работе, в двух направлениях: первое – усилить его практическую применимость; второе – углубить исследования, охватывая всевозможные варианты проявления проблем в области количественной характеристики системы образования (успеваемости обучающихся).*

Методология*. Методология решения указанной проблемы и достижения цели основана на интеграции двух важных направлений науки – математики и педагогики, а также на новых результатах, полученных автором в области исследований зависимых и независимых выборок, в совокупности составляющих основу теории измерения успеваемости обучающихся.*

Результаты*. По проблеме усиления практической применимости достигнута такая формулировка критерия автора, которая позволяет примерно половину объема задач по исследуемой проблеме решать непосредственным применением критерия. В области углубления исследований найден второй особый класс задач, который в совокупности с первым исчерпывает все многообразие проявлений исследуемой проблемы в области зависимых и независимых выборок. Кроме того, впервые представлен двухпараметрический критерий, способствующий более объективному способу определения перспективной педагогической технологии среди конкурирующих и учитывающий хронологию событий. Последнее очень важно в связи с тем, что многие известные и широко используемые критерии (Вилкоксона – Манна – Уитни, χ^2 и др.) являются «слепыми», различным парам (X, Y) и (Y, X) дают один и тот же ответ (не соблюдают хронологию). Очень вредны в таких случаях советы некомпетентных исследователей: если ответ не устраивает, то переставить выборки в паре. Это ведет к фальсификации результатов.*

Заключение*. Внедрение критерия автора не только способствует отбору достойной педагогической технологии, но и в десятки раз уменьшает объем научно-методического материала по математической статистике, обслуживающей систему образования. Сказанное оправдывается тем, что вместо 12–15 критериев, содержащих около 100 правил и формул, можно*

Библиографическая ссылка: Жафяров А. Ж. Критерий для исследования зависимых и независимых выборок в области образования // Science for Education Today. – 2022. – Т. 12, № 3. – С. 69–91. DOI: http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2203.04

Автор для корреспонденции: А. Ж. Жафяров, akram39@yandex.ru

пользоваться лишь одним критерием. Кроме того, этот критерий не содержит противоречий, ограничений на число учащихся и категорий и т. д.

Ключевые слова: *зависимые и независимые выборки; критерии, обслуживающие систему образования; модель; дифференцированное обучение; компетентностный подход; двухпараметрический критерий.*

Постановка проблемы. Методология исследования

Чем дальше, тем больше благополучие и достоинство граждан и страны зависит от успехов в науке, что, в частности, подтвердила пандемия COVID-19 [1–5]. В свою очередь, успехи науки зависят от образования и эффективности педагогической технологии [6–12]. Поэтому актуальной является проблема *отбора* такой педагогической технологии образования, которая перспективна по отношению к приоритетным направлениям развития страны [13–16].

Решение указанной проблемы в значительной степени зависит от уровня критериев, с помощью которых осуществляется искомый *отбор*[1] [17–18]. К сожалению, известные критерии имеют существенные недостатки, порождающие вполне обоснованное недоверие к результатам, полученным на их основе. Здесь отметим наиболее важные и значимые.

Первый и *самый важный* *(отмеченный выше) недостаток*: многие часто применяемые критерии **не соблюдают хронологию событий**, усугубляя его еще тем, что меняют выборки в парах, создают простор для появления лживых результатов. Такие критерии отмечены выше.

Второй недостаток: многие критерии являются примитивными и имеют громоздкие вычисления, к тому же они могут быть неправильными (ВМУ и χ^2). Такая тяжелая и рискованная (возможны противоречивые результаты) работа не является неизбежной. Ниже приведены примеры, на которых будут продемонстрированы преимущества критерия автора.

Третий недостаток: *практически нет ни одного критерия, указывающего направление изменения (улучшение – ухудшение) при его наличии.*

Параметрические критерии вовсе не касаются указанной проблемы.

Будем искать искомые критерии среди непараметрических. Известные рассмотренные выше критерии ВМУ и χ^2 в принципе не могут решать рассматриваемую проблему, так как они «слепые», нарушающие *хронологию событий.*

Во многих учебных пособиях, статьях и т. д.[2] утверждается, что такие критерии, как

[1] Жафяров А. Ж., Жафяров А. А. Математические методы обработки результатов педагогических исследований и статистических данных: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2014. – 156 с.
Жафяров А. Ж., Жафяров А. А. Методология и технология повышения компетентности по теме «Функция переменных рациональных степеней и ее приложения»: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2016. – 148 с.

[2] Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: Юманити, 1998. – 1022 с.
Белеванцев В. И., Рыжих А. П. Избранные аспекты теории и практики обработки результатов наблюдений (с примерами из области изучения равновесий в растворах); отв. ред. И. В. Миронов. – Новосибирск: ИНХ СО РАН, 2009. – 176 с.
Боровков А. Н. Математическая статистика: учебник. – 4-е изд., стер. – М: Лань, 2010. – 704 с. ISBN 978-5-8114-1013-2

Science for Education Today
2022. Том 12. № 3 http://sciforedu.ru ISSN 2658-6762

критерий Макнамары, T-критерий Вилкоксона, L-критерий Пейджа и т. д., указывают направление изменения (при наличии). Здесь следует провести разделение: утверждения в критериях самих авторов правильные, они не затрагивают проблему направления изменения, а комментаторы этих критериев во многих случаях допускают ложные интерпретации. Это подробно изложено в [18].

Еще одним недостатком является недопустимость использования примитивных моделей в качестве основы для построения критерия. С этой точки зрения легко объяснить неполадки в названных выше критериях и критерии Макнамары. *В критериях ВМУ* и χ^2основой модели является параметр, не реагирующий на хронологию событий, поэтому критерий дает один и тот же ответ на две различные (в хронологическом аспекте) пары (X, Y) и (Y, X) выборок, что может привести к тому, что почти треть диссертаций будут ложными.

Критерий Макнамары: модель очень грубая, имеет только две категории «0» и «1» (да – нет, нравится – не нравится). В области образования в категорию «0» отнесены все троечники, хорошисты и отличники, в категорию «1» – все двоечники. При такой грубости можно творить что угодно, опровергнуть любое предложение автора данного критерия.

Бородин А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. – СПб.: Лань, 1998. – 224 с.

Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. – М.: Гардарина, 1998. – 328 с.

Буре В. М., Парилина Е. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник: доп. УМО вузов РФ. – М.: Лань, 2013. ISBN 978-5-8114-1508-3.

Волкова Е. Ф. Методы математической статистики в экспериментальной психологии: учебно-методический комплекс. – Новосибирск: НГПУ, 2011.

Вуколов Э. А. Основы статистического анализа: практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов Statistika и Excel. – М.: ФОРУМ, 2012. – 464 с.

Герасимов В. П. Математическое обеспечение психологических исследований. – Бийск: БГПИ, 1997. – 90 с.

Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. – М. Прогресс, 1976. – 496 с.

Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1977. – 480 с.

Грабарь М. И., Краснянская К. А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. – М.: Педагогика, 1977. – 137 с.

Гусаров Б. М. Теория статистики. – М.: Юнити, 1998. – 247 с.

Гусева Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. – М.: Флинта, 2011. – 220 с. ISBN 978-5-9765-1192-7

Калинина В. Н., Панкин В. Ф. Математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1998. – 336 с.

Колемаев В. А., Калинина В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Инфра-М, 1997. – 302 с.

Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. – М.: Наука, 1986. – 232 с.

Лялин В. С., Зверева И. Г., Никифорова Н. Г. Статистика: теория и практика в Excel: учебное пособие для вузов. – М.: Финансы и статистика: Инфра-М, 2010. – 448 с.

Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. – М.: Наука, 1971. – 576 с.

Переяслова И. Г., Колбачев Е. Б. Основы статистики. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1999. – 320 с.

Разумникова О. М. Основы психологического исследования и статистического анализа данных: учебное пособие. – Новосибирск: НГПУ. 2008. – 60 с.

Савченко А. И. Подготовка и организация педагогического исследования: учебно-методическое пособие для студентов и выпускников педагогических вузов; Кузбасская гос. пед. академия. – Новокузнецк: КузГПА, 2008. – 55 с. ISBN 978-5-85117-4155

Тюрин Ю. Н., Макаров А. А. Статистический анализ данных на компьютере. – М.: Инфра-М, 1998. – 528 с.

Чашкин Ю. Р. Математическая статистика: анализ и обработка данных. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2010. – 236 с.

ЭВМ помогает химии: пер. с англ./под ред. Г. Вернена, М. Шанона. – Л.: Химия, 1990. – Пер. изд.: Великобритания, 1986. – 384 с.

Продемонстрируем сказанное на следующем примере.

Пример 1. Среди 20 учащихся, случайно отобранных из 119, проводился двукратный опрос, в котором надо было ответить на вопрос: нравится или не нравится профессия учителя математики. Первый опрос проводился до проведения профориентационной работы среди всех 119 учащихся, второй – после. При уровне значимости α = 0,05 проверить гипотезу H_0: профориентационная работа не играет никакой роли; альтернатива H_1или H_2: профориентационная работа изменяет отношение учащихся к профессии учителя математики. Таблица 2 х 2 имеет следующий вид (табл. 1).

Таблица 1

Результаты ответов на вопрос: нравится или не нравится профессия учителя математики

Table 1

Results of answers to the question: do you like or dislike the profession of a mathematics teacher

		Второй опрос	
		Нравится (0)	Не нравится (1)
Первый опрос	нравится (0)	a = 2	b = 5
	не нравится (1)	c = 8	d = 5

Краткое решение.

Так как n = b +c = 13 < 20, то решение будем проводить по правилу 2:

$T_{2,\text{Н}ab}$ = min{5;8} = 5; $T_{2,\text{кр}}$ (5;13) =0,291 (Приложение 10, [31]).

Очевидно, что $T_{2,kp}> \frac{\alpha}{2}$.

Поэтому принимается гипотеза H_0.

Более подробно рассмотрим указанный пример. Из условия следует, что 20 учащихся распределились следующим образом:

к категории «0» отнесены **7** учащихся на КР № 1; **10** – на КР № 2. **(1)**

Вычислим Σ – сумму баллов 20 учащихся на этих контрольных работах при различных версиях.

Версия 1: все 7 учащихся написали на «5», все 10 учащихся написали на «3».

Версия 2: все 7 учащихся написали на «3», все 10 учащихся написали на «5».

Найдем суммы баллов, полученных учащимися на каждой контрольной работе и по каждой версии.

Версия 1: $\Sigma = 5 * 7 + 2 * 13 = 61$ (КР №1), $\Sigma = 30 + 20 = 50$ (КР № 2).

Версия 2: $\Sigma = 3 * 7 + 2 * 13 = 47$ (КР № 1), $\Sigma = 5 * 10 + 2 * 10 = 70$ (КР № 2).

По каждой версии и по каждой контрольной вычислим средние.

Версия 1: $\bar{x}_B = 61/20$; $\bar{y}_B = 50/20$; версия 2: $\bar{x}_B = 47/20$; $\bar{y}_B = 70/20$.

Подведем итог:

по версии 1 имеем $\bar{x}_B > \bar{y}_B$, т. е. профориентационная работа не эффективна;

по версии 2 имеем $\bar{x}_B < \bar{y}_B$, т. е. профориентационная работа эффективна.

При одних и тех же условиях **(1)** имеют место изменения, кроме того, получили два противоположных ответа.

Выводы: модель и критерий Макнамары примитивны, не обеспечивают достоверность полученной информации.

Произошло это из-за того, что в категорию «0» внесены «кони» и «люди», т. е. троечники и отличники.

Из этих выводов следует, что критерий Макнамары не обеспечивает достоверность полученных выводов. Поэтому изучение этого критерия не более чем лжедеятельность.

В заключение, не вдаваясь в подробности, отметим еще и *следующие недостатки*. Многие критерии имеют: а) жесткие ограничения на число учащихся и количество категорий; б) громоздкие вычисления; в) выводы, полученные лишь на основе одной пары выборок и т. д.

Из вышеизложенного возникает важная и трудная *проблема: разработать такие модели и критерии (желательно в единственном числе), которые: 1) свободны от указанных и омрачающих науку недостатков; 2) объективны и добывают достоверную информацию об исследуемой проблеме; 3) учитывают хронологию событий («зрячие») и указывают направление изменения (при его наличии*); *4) не имеют ограничений на число учащихся и количество категорий; 5) не требуют большой вычислительной работы.*

2. Модели для исследования независимых и зависимых выборок

Эти модели в определенной степени описаны в [18]. Модель для исследования независимых выборок (ММ2), как известно, определяется двумя матрицами А и В. Пусть ПТ1 и ПТ2 – две конкурирующие педагогические технологии, А – матрица размерности $n \times q$ является матрицей сбора информации (журналом) об успеваемости учащихся (о состоянии испытуемых животных), обучающихся по технологии ПТ1, где n и q представляют собой соответственно число учащихся и количество категорий, a_{ij} – число баллов (или частот), полученных учеником i по категории j , $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq q$ на контрольной работе. Аналогичная интерпретация допустима для животных: a_{ij} – количественный показатель состояния животного i по категории j (рост, вес, пульс и т. д.). Дальнейшее изложение будем проводить в терминологии системы образования. Матрицу А представим в виде таблицы 2.

Таблица 2

Матрица А

Table 2

Matrix A

Категории		***1***	**…**	***q***
Номер ученика	***1***	a_{11}	…	a_{1q}
	…	…	…	
	…	…	А	…
	…	…	…	
	n	a_{n1}	…	a_{nq}

Матрица В – аналог матрицы А, представляющая собой сбор такой же информации, но только для учащихся, обучающихся по технологии ПТ2, размерности $m \times q$, где m и q представляют собой соответственно число учащихся и количество категорий (см. табл. 3).

Таблица 3

Матрица В

Table 3

Matrix A

Категории		***1***	**…**	***q***
Номер ученика	***1***	b_{11}	…	b_{1q}
	…	…	…	…
	…	…	В	…
	…	…	…	…
	m	b_{m1}	…	b_{mq}

В таблице 3 b_{ij} – число баллов (или частот), полученных учеником i по категории j, $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq q$, на контрольной работе. Аналогичная интерпретация для животных: b_{ij} – количественный показатель состояния животного i по категории j (рост, вес и т. д.).

Подведем итог. Имеются два способа сбора информации по успеваемости учащихся. **Первый способ**: **каждому ученику и по каждой категории даны баллы** за КР – контрольную и другие работы. **Второй способ**: **дать каждому ученику и по каждой категории их частоту.**

Замечания об информационных матрицах:

– **первое** – *расширить полномочия матриц А и В*, в них учитывать не только оценки за контрольные и другие работы, но и за текущую успеваемость; тогда получим информацию для определения успеваемости за месяц, четверть, полугодие;

– **второе** – *модели* с расширенными полномочиями матриц способны оправдать главное свое назначение: **обеспечение полноты и достоверности** *информации об успеваемости каждого обучающегося*. Успеваемость ученика состоит из его успехов и провалов по изучаемым темам дисциплины и типам соответствующих задач. Зная полную и объективную информацию об этом процессе, можно сделать, по крайней мере, два вывода: 1) определить, как «чувствуют» себя успешные, отстающие и класс (группа) в целом; 2) сформулировать научно обоснованные рекомендации для дальнейшего развития обучаемых и повышения квалификации обучающих. Сбор искомой информации только за счет одной контрольной работы «до» и «после» (как в Т-критерии Вилкоксона и др.) не обеспечивает ни полноты, ни достоверности;

– **третье** – свойства искомой информации улучшаются, если суммы баллов учащихся по контрольным работам разбить на слагаемые по категориям – узаконенным нормативам оценки успеваемости. Высокое качество приобретает искомая информация, если указанная работа выполнена не за одну, а за среднее k работ, т. е. за определенное число КР и за определенное время, например, за месяц, четверть и т. д.;

– **четвертое** – особо отметим важный частный случай модели ММ2, когда **m = n и учащиеся одни и те же.** Эта модель обозначена через ММ1 и служит для исследования зависимых выборок, роль ПТ1 выполняет технология «до», т. е. традиционная технология, а роль ПТ2 – НПТ – новая педагогическая технология. В этом случае конкурс проводится между педагогическими технологиями традиционной и новой.

3. Системы измерения успеваемостей по всем и отдельным категориям: учащихся, одноименных подгрупп и групп в целом

Предлагаемые системы измерения успеваемостей приемлемы для зависимых и независимых выборок. Класс зависимых выборок описывается моделью ММ1, а другой класс – моделью ММ2. Этих систем только две.

Первая состоит из четырех типов измерений: УТ1.1, УТ1.2, УТ2.1 и УТ2.2:

УТ1.1 – исследование успеваемости учащихся по всем категориям;

УТ1.2 – исследование успеваемости группы в целом как результат успеваемости учащихся по всем категориям, суммирование по строчкам;

УТ2.1 – исследование успеваемости учащихся по отдельным категориям;

УТ2.2 – исследование успеваемости группы в целом как результат успеваемости учащихся по отдельным категориям, суммирование по столбцам.

Правила функционирования указанных типов измерений

Сначала сформулируем эти правила для зависимых выборок (m = n).

УТ1.1. Для реализации этого типа измерений необходимо исследовать следующие пары выборок: (A_1, B_1) , …, (A_n, B_n), где A_1 и B_1 – выборки, состоящие из чисел первых строчек соответственно матриц A и B; аналогичный смысл имеет и последняя пара. Исследуя первую пару, получаем информацию о влиянии НПТ на первого ученика (испытуемого). Продолжая этот процесс, завершаем первый вид исследования.

Замечание 1. Для независимых выборок необходимо исследовать m пар выборок при m < n. Поскольку допустимо m ≠ n, то право составлять пары учащихся из различных групп дается организаторам конкурса.

УТ1.2. Этот тип исследований применим только тогда, когда можно суммировать по строчкам. Такой процесс допустим в случаях, когда категории однородны или их можно привести к однородным за счет выбора коэффициента однородности. Например, математики категории успеваемости приводят к однородным за счет оценки каждой категории в баллах. Можно и по-другому, например, определить веса категорий в жизнедеятельности субъекта. Это позволит привести категории к однородным.

Будем считать, что категории однородны. Суммируя строчки матрицы A, получим выборку U = $(u_1, \dots, u_n)$, где u_i – сумма элементов i-й строки матрицы A, $1 \le i \le n$. Проведя те же операции со строчками матрицы B, получим выборку V = $(v_1, \dots, v_n)$. Эти выборки являются обобщениями двух выборок «до» и «после» в Т-критерии Вилкоксона.

УТ2.1. Необходимость введения такого типа исследований связана с тем, что нередко приходится более акцентированно заниматься важными нововведениями типа задач на модули, параметры, экономику, вероятность, статистику и т. д. Проверка успешности внедрения указанных нововведений основана на этом типе исследований успеваемости.

Этот тип исследований реализуется на следующих парах выборок: (C_1, D_1), … , (C_q, D_q), где C_1 и D_1 – выборки, составленные из чисел первых столбцов соответственно матриц A и B; последняя пара составляется так же, но из элементов последних столбцов соответственно матриц A и B.

УТ2.2. Для реализации этого типа исследований необходимо изучить пару (X, Y), где X = ($x_1, \dots, x_q$) и Y = ($y_1, \dots, y_q$) являются выборками соответственно «до» и «после», где x_i и y_i – суммы чисел столбца с номером i, 1≤ I ≤ q, соответственно матрицы A и B. Выборка X характеризует состояние успеваемости учащихся до применения НПТ, выборка Y характеризует то же самое, но только после применения НПТ. Результаты исследований этой пары выборок дают основание для вывода о влиянии новшества на успеваемости групп в целом.

Этот тип исследований дает значимый результат, если одна из двух тенденций (улучшение или ухудшение) среди учащихся доминирует. Если этого нет, то НПТ не влияет на группу даже при ее влиянии на каждого ученика. Из этого следует, что результаты исследований только одной пары выборок (этим грешат многие, и выше это было отмечено как недостаток некоторых критериев) не всегда дают объективные и достоверные результаты. Это одна из причин введения системы перекрестного измерения успеваемости учащихся.

Замечание 2. По аналогии вводятся типы измерений для независимых выборок. Соответствующий пример для зависимых выборок приведен в [18], а для независимых рассмотрим позже, причем для дифференцированного обучения, которое имеет 6 типов измерений успеваемости.

Измерение успеваемостей при дифференцированном обучении

Автор предлагает сравнивать не двух случайно взятых учеников из различных групп, а сильных с сильными, слабых со слабыми. Для обеспечения объективности следует группы разбить на подгруппы: отличники и хорошисты – подгруппа 1 (сильная); остальные – подгруппа 2 (слабая).

Для независимых выборок, как и для зависимых, множество всех типов успеваемостей разобьем на шесть типов:

УТ1.1 – успеваемости по всем категориям учащихся сильных подгрупп;

УТ1.2 – успеваемости по всем категориям учащихся слабых подгрупп;

(3)

УТ1.3 – успеваемости по всем категориям групп в целом как результат влияния конкурирующих педагогических технологий на успеваемости учащихся по всем категориям;

УТ2.1 – успеваемости по отдельным категориям учащихся сильных подгрупп;

УТ2.2 – успеваемости по отдельным категориям учащихся слабых подгрупп;

(4)

УТ2.3 – успеваемости групп в целом как результат влияния конкурирующих педагогических технологий на успеваемости учащихся по отдельным категориям.

Описание технологии вычисления успеваемости по всем или отдельным категориям: учащихся, подгрупп и групп в целом

Пусть $n_1(m_1)$ – число учащихся, относящихся к подгруппе сильных и обучающихся по технологии ПT_1 (ПT_2). Для удобства изложения будем считать, что сильные учащиеся занимают первые $n_1(m_1)$ номеров. Тогда $n_2(m_2)$ – число учащихся, относящихся к слабой подгруппе, $n_2 = n - n_1$ $(m_2 = m - m_1)$, и они занимают номера $n_1 + 1, \dots, n$ $(m_1 + 1, \dots, m)$. Через C_1 и D_1 обозначим подматрицы соответственно матриц A и B с номерами строк $1, 2, \dots, n_1$ $(1, 2, \dots, m_1)$, а через C_2 и D_2 – подматрицы матриц A и B с номерами строк $n_1 + 1, \dots, n$ $(m_1 + 1, \dots, m)$.

Тогда УТ1.1 (УТ1.2) оперирует с матрицами C_1 и D_1 (соответственно с матрицами C_2 и D_2); УТ1.3 – с матрицами A и B.

Матрица A	Матрица B
C_1	D_1
C_2	D_2

Рис. Подматрицы соответственно матриц A и B
Fig. Submatrices respectively the matrix A and B

Более подробно технология учета успеваемости при дифференцированном обучении отмечена ниже.

На подматрицах C_1 и C_2 ; D_1 и D_2 соответственно матриц A и B продемонстрируем как работает система измерения успеваемостей при дифференцированном обучении:

УТ1.1 работает на строчках C_1 и D_1; УТ2.1 работает на столбцах C_1 и D_1;

УТ1.2 работает на строчках C_2 и D_2; УТ2.2 работает на столбцах C_2 и D_2;

УТ1.3 работает на строчках A и B; УТ2.3 работает на столбцах A и B.

Результаты исследования

4. Критерий автора для исследования зависимых и независимых выборок

Сначала сформулируем этот критерий для зависимых выборок.

Пусть проводится конкурс среди двух педагогических технологи $ПТ_1$ (технология «до») и $ПТ_2$ (технология «после») на получение статуса ППТ – перспективной педагогической технологии, X и Y – репрезентативные (представительные) выборки объема n , взятые из соответствующих генеральных совокупностей с нормальным распределением вероятностей.

Известны формулы, описывающие множество всевозможных средних выборок X и Y, незначимо отличающихся соответственно от $\bar{x}$ и $\bar{y}$ на данном уровне значимости α (см. [31]):

$$Q(\bar{x}) = (\bar{x} - S_1 * \beta, \bar{x} + S_1 * \beta), \quad \beta = \frac{u_{kp}(2\alpha)}{\sqrt{n}}, \quad (5)$$

$$Q(\bar{y}) = (\bar{y} - S_2 * \beta, \bar{y} + S_2 * \beta), \quad \beta = \frac{u_{kp}(2\alpha)}{\sqrt{n}}, \quad (6)$$

где S_1^2 и S_2^2 – исправленные дисперсии соответственно выборок X и Y,

коэффициент $u_{kp}(2\alpha)$ находится по Приложению 2 [31] с помощью формулы $\phi\left(u_{kp}(2\alpha)\right) = \frac{1-2\alpha}{2}, \alpha$ – уровень значимости, $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

Аналогичные формулы, описывающие множество всевозможных дисперсий (см. [31]) данных выборок X и Y, незначимо отличающихся соответственно от исправленных дисперсий S_1^2 и S_2^2 на даннном уровне значимости α, имеют вид:

$$Q(S_1^2) = \left(\frac{n-1}{\chi_\alpha^2} S_1^2, \frac{n-1}{\chi_{1-\alpha}^2} S_1^2\right) \quad (7)$$

$$Q(S_2^2) = \left(\frac{n-1}{\chi_\alpha^2} S_2^2, \frac{n-1}{\chi_{1-\alpha}^2} S_2^2\right) \quad (8)$$

Введем соответствующие определения. ***Средние*** $\overline{x}$ и $\overline{y}$ ***выборок X и Y назовем неразличимыми*** **на данном уровне значимости α *(значимо* различимыми или просто различимыми), если** $\overline{y}\epsilon$ **Q(**$\overline{x}$**) и** $\overline{x}\epsilon$ **Q(**$\overline{y}$**) ((**$\overline{y}$ **∉ Q(**$\overline{x}$**) или** $\overline{x}$ **∉ Q(**$\overline{y}$**)).**

Исправленные дисперсии S_1^2 **и** S_2^2 ***назовем <u>неразличимыми на данном уровне значимости α (значимо различимыми или просто различимыми)</u>, <u>если</u>*** $S_1^2\epsilon$ **Q(** S_2^2 **) и** S_2^2 ϵ **Q(**S_1^2**) (**S_1^2 **∉ Q(**S_2^2**) или** S_2^2 **∉ Q(**S_1^2**)).**

Критерий автора имеет вид:

Педагогическая технология ПТ$_1$ – победитель конкурса, если:

1) $\bar{x} > \bar{y}$ и $S_1^2 \leq S_2^2$ или $S_1^2 > S_2^2$, но (S_1^2, S_2^2) – неразличимы;

2) $S_1^2 < S_2^2$ и $\bar{x} \geq \bar{y}$ или $\bar{x} < \bar{y}$, но $(\bar{x}, \bar{y})$ – неразличимы;

3) конкурс считается не состоявшимся (ничья) во всех остальных случаях, в том числе для одновременно различимых (неразличимых) средних и исправленных дисперсий с неравенствами одинакового смысла: $\bar{x} > \overline{y}, S_1^2 > S_2^2$, или наоборот.

Для изложения этого критерия относительно *независимых* выборок введем некоторые коррективы в приведенные выше формулы. Поскольку допустимо неравенство m ≠ n, то формулы (5) и (6) имеют вид:

$$Q(\bar{x}) = (\bar{x} - S_1 * \beta_1, \bar{x} + S_1 * \beta_1), \quad \beta_1 = \frac{u_{kp}(2\alpha)}{\sqrt{n}}, \qquad \textbf{(5*)}$$

$$Q(\bar{y}) = (\bar{y} - S_2 * \beta_2, \bar{y} + S_2 * \beta_2), \quad \beta_2 = \frac{u_{kp}(2\alpha)}{\sqrt{m}}, \qquad \textbf{(6*)}$$

причем при вычислении $S_1^2 (S_2^2)$ соответствующая сумма делится на n-1 (m-1); β_1 (β_2) значение $u_{k\rho}(2\alpha)$ делится на $\sqrt{n}$ $(\sqrt{m})$.

Аналогичные изменения произойдут и в формулах (7) и (8):

$$Q(S_1^2) = \left(\frac{n-1}{\chi_\alpha^2} S_1^2, \frac{n-1}{\chi_{1-\alpha}^2} S_1^2\right) \qquad \textbf{(7*)}$$

$$Q(S_2^2) = \left(\frac{m-1}{\chi_\alpha^2} S_2^2, \frac{m-1}{\chi_{1-\alpha}^2} S_2^2\right) \qquad \textbf{(8*)}$$

Определения различимости и неразличимости средних и исправленных дисперсий выборок X и Y остаются без изменений. Теперь можно сформулировать критерий автора для *независимых выборок.*

Педагогическая технология ПТ$_1$ – победитель конкурса, если:

1) $\bar{x} > \bar{y}$ и $S_1^2 \leq S_2^2$ или $S_1^2 > S_2^2$, но (S_1^2, S_2^2) – неразличимы;

2) $S_1^2 < S_2^2$ и $\bar{x} \geq \bar{y}$ или $\bar{x} < \bar{y}$, но $(\bar{x}, \bar{y})$ – неразличимы;

3) конкурс считается не состоявшимся (ничья) во всех остальных случаях, в том числе для одновременно различимых (неразличимых) средних и исправленных дисперсий с неравенствами одинакового смысла:

$\bar{x} > \overline{y}, S_1^2 > S_2^2$, или наоборот,

где $\mathit{ПТ}_2$ – вторая участница конкурса на получение статуса ППТ – перспективная педагогическая технология.

Замечание.

В [18] приведены примеры, описывающие функционирование модели ММ1 и критерия автора в области зависимых выборок. Здесь будут приведены пример 3 и пример 4 для независимых выборок. *Пример* 3: а) *первый* способ подачи условий задачи, т. е. каждому ученику по каждой категории даются баллы; б) дифференцированное обучение, в) следовательно, 6 типов измерения успеваемости.

Пример 4: а) второй способ подачи условий задачи, т.е. каждому ученику по каждой категории даются частоты; б) традиционное обучение, в) следовательно, 4 типа измерения успеваемости.

Пример 3. Проводится конкурс на получение статуса ППТ – перспективная педагогическая технология среди двух педагогических технологий $ПТ_1$ и $ПТ_2$. Результаты (в баллах) контрольных работ учащихся по категориям, обучающихся на основе технологии $ПТ_1$, даны в таблице 4 с помощью матрицы А, состоящей из двух подматриц A_1 и A_2, A_1 содержит результаты учащихся сильных подгрупп, а A_2 – результаты учащихся из слабых подгрупп.

Таблица 4

Результаты (в баллах) контрольных работ учащихся по категориям

Table 4

Results (in points) of control works of students by category

	Номера учащихся	Категории			
		1	*2*	*3*	*4*
Матрица A_1	*1*	3	6	6	4
	2	2	4	6	6
Матрица A_2	*3*	4	5	3	2
	4	1	3	4	5

Результаты (в баллах) контрольных работ учащихся по категориям, обучающихся на основе технологии $ПТ_2$, даны в таблице 5 с помощью матрицы В, состоящей из двух подматриц $В_1$ и $В_2$, $В_1$ содержит результаты учащихся из сильных подгрупп, а B_2 – результаты учащихся из слабых подгрупп.

На уровне значимости α = 0,02 **основными типами исследований** определите победителя конкурса по проблеме «**Успеваемость по всем и отдельным категориям**», если по технологии $ПТ_1$ учатся 4 ученика, а по технологии $ПТ_2 -$ 6 учеников.

Таблица 5

Результаты (в баллах) контрольных работ учащихся по категориям

Table 5

Results (in points) of control works of students by category

	Номера учащихся	Категории			
		1	*2*	*3*	*4*
Матрица B_1	1	3	6	7	8
	2	3	5	8	6
	3	6	7	8	9
Матрица B_2	4	2	6	7	6
	5	2	3	3	3
	6	4	3	3	4

Решение

Первый тип (УТ1.1) конкурса: сравнение успеваемостей по всем категориям учащихся сильных подгрупп.

Первая проблема: в первой подгруппе первой группы, определяемой подматрицей A_1, имеются только два ученика, а в первой подгруппе второй группы, определяемой подматрицей B_1, имеются три ученика. Здесь дается полная свобода организаторам конкурса в составлении пар выборок, лишь бы выборки были из различных, но одноименных подгрупп. Например, составим следующие пары (X_1, Y_3) и (X_2, Y_1), $X_1 = (3, 6, 6, 4)$ и Y_3 =(6, 7, 8, 9); далее $X_2 = (2, 4, 6, 6)$ и Y_1 = (3, 6, 7, 8). Для указанных пар применим критерий автора, чтобы выяснить соотношение успеваемостей соответствующих учеников. Здесь дадим по понятным причинам только схему решения и особенности.

1. *Для первой пары* вычислим: средние c =4,75 и d =7,5; исправленные дисперсии $S_1^2 = 2{,}25$ и $S_2^2 = 1{,}67$. Из полученных результатов следует, что конкурс выиграла выборка Y_3, так как $d > c$ и $S_2^2 < S_1^2$.

Ответ: победа достается технологии $ПТ_2$.

2. *Вторая пара*. Вычислим: средние c = 4,5 и d = 6; исправленные дисперсии S_1^2= 3,67 и S_2^2 = 4,67. Докажем неразличимость исправленных дисперсий данных выборок. Для этого достаточно убедиться, что $S_2^2 \epsilon Q(S_1^2)$ и $S_1^2 \epsilon Q(S_2^2)$. Для истинности первого утверждения в условиях нашего примера достаточно доказать, что $4{,}67 < \frac{3 \cdot S_1^2}{\chi_{1-\alpha}^2}$. Правая часть полученного неравенства больше 50. Следовательно, первое утверждение является истинным. Аналогично доказывается верность второго утверждения. Отсюда следует, что исправленные дисперсии неразличимы.

Пока рано присуждать победу технологии ПТ$_2$.

Ответ: ничья.

Итог по первому конкурсу: технология $ПТ_2$ имеет одну победу и одну ничью.

Второй тип (УТ1.2) конкурса. Сравним успеваемости (УТ1.2) по всем категориям учащихся из слабых подгрупп.

Рассмотрите следующие пары выборок (X_3, Y_4) и (X_4, Y_6), где X_3 = (4, 5, 3, 2) и Y_4 = (2, 6, 7, 6); X_4 = (1, 3, 4, 5) и Y_6 =(4, 3, 3, 4). *Первая пара*: c = 3,5 и d = 5,25; исправленные дисперсии S_1^2 = 1,67 и S_2^2 = 4,92.

Ответ: *победа присуждается* ΠT_2 .

Вторая пара. Средние c =3,25 и d = 3,5; исправленные дисперсии S_1^2= 2,92 и S_2^2 = 0,33. Ответ: *победа присуждается* ΠT_2.

Подведем итог. Победила технология ΠT_2.

Третий тип (УТ1.3) конкурса. Исследование успеваемостей групп в целом как результат влияния конкурирующих технологий на успеваемости учащихся по всем категориям (суммирование по строчкам).

1. Сначала найдем выборки U = $(u_1,\ u_2,\ u_3,\ u_4)$ и V = $(v_1, v_2, \dots,\ v_6)$, полученные суммированием строк соответственно матриц A и B; u_1 и v_1 – суммы чисел первых строк соответственно матриц A и B. Аналогично составляются и другие варианты указанных матриц. Тогда U = (19, 18, 14, 13) и V = (24, 22, 30, 21, 11, 14). Вычислим средние a и b; исправленные дисперсии c и d данных выборок: a = 16; b = 20,33; c = 8,67; d = 47,47.

Ответ**: ничья**.

Подведем итог по всем трем конкурсам. В первых двух конкурсах доминировала технология $\boldsymbol{\Pi T_2}$, а $\boldsymbol{\Pi T_1}$ не имела ни одной победы. На третьем конкурсе за счет выборок, полученных суммированием по строчкам, выигрыша нет, **ничья**. Это еще раз напоминает, что критерии, основанные на указанных типах выборок или на усредненных, не всегда дают объективную и достоверную информацию. Модели ММ1 и ММ2 позволяют избегать таких рискованных видов деятельности за счет сравнения пар учащихся из различных, но одноименных подгрупп, а не случайно взятых пар, можно добыть более объективную и достоверную информацию об успеваемости учащихся.

Четвертый тип (УТ2.1) конкурса. *Сравнение успеваемостей по отдельным категориям учащихся сильных подгрупп*.

Необходимо рассматривать следующие четыре пары выборок $(U_1, V_1), \dots, (U_4, V_4)$, где U_i и V_i – выборки, составленные из чисел столбцов соответственно матриц A_1 и B_1 с номером I, 1 ≤ i ≤ 4.

1. *Рассмотрим первую пару* (U_1, V_1), $U_1 = (3; 2)$ и V_1= (3, 3, 6). Вычислим для этой пары: средние a =2,5 и b = 4; исправленные дисперсии c = 0,5 и d = 3.

Ответ: ничья.

2. *Вторая пара* (U_2, V_2), $U_2 = (6; 4)$ и V_2= (6, 5, 7).

Ответ: ничья.

3. *Третья пара* (U_3, V_3), $U_3 = (6; 6)$ и V_3 = (7, 8, 8).

Ответ: ничья.

4. Четвертая пара (U_4, V_4), $U_4 = (4; 6)$ и V_4 = (8, 6, 9).

Ответ: победа присуждается технологии $\boldsymbol{\Pi T_2}$.

Подведем итог по данному конкурсу: технология $\boldsymbol{\Pi T_2}$ имеет одну победу и три ничьи.

Пятый тип конкурса (УТ2.2). Сравнение *успеваемостей по отдельным категориям учащихся слабых подгрупп*.

Необходимо рассматривать следующие четыре пары выборок: $(U_1, V_1), \dots, (U_4, V_4)$, где U_i и V_i – выборки, составленные из чисел столбцов соответственно матриц A_2 и B_2 с номером I , 1 ≤ i ≤ 4.

Первая пара (U_1, V_1), $U_1 = (4; 1)$ и V_1= (2, 2, 4)…

Ответ: победа присуждается технологии $\text{П}T_2$.

Вторая пара (U_2, V_2), $U_2 = (5; 3)$ и V_2= (6, 3, 3).

Ответ: победа присуждается технологии $ПT_1$.

Третья пара (U_3, V_3), $U_3 = (3; 4)$ и V_3= (7, 3, 3).

Ответ: победа присуждается технологии $\text{П}T_1$.

4. *Четвертая пара* (U_4, V_4), $U_4 = (2; 5)$ и V_4= (6, 3, 4).

Ответ: победа присуждается технологии $\text{П}T_2$.

Итог по этому конкурсу: ничья, победы и поражения поделили поровну.

Шестой тип конкурса (УТ2.3). Успеваемости групп в целом как результат влияния конкурирующих педагогических технологий на успеваемости учащихся по отдельным категориям *(суммирование по столбцам матриц A и B)*.

Исследуйте указанные успеваемости с помощью пары (U, V) выборок, полученных суммированием чисел соответствующих столбцов матриц A и B, $U = (u_1, u_2, \dots, u_4)$ и $V = (v_1, v_2, \dots, v_4)$, где u_i и v_i – суммы чисел столбцов соответственно матриц A и B с номером i , 1 ≤ i ≤ 4.

Ответ: победа присуждается технологии $ПT_2$.

Итог шести видов конкурса на получение статуса ППТ – перспективная педагогическая технология*, проведенных по заданиям (или на материале)* примера 3.

Педагогическая технология $\text{П}T_2$ победила в четырех из шести конкурсов, способствовала повышению успеваемости учащихся, *ей присваивается* ***статус ППТ – перспективная педагогическая технология.***

Пример 4. Этот пример построим на материале предыдущего примера с двумя существенными изменениями: 1) в A и B будут даны не баллы, а частоты по категориям для каждого ученика; 2) баллами оценены категории для обеспечения однородности категорий, чтобы можно было суммировать по строчкам. Решать ее можно так же, как и предыдущую, определяя баллы учащихся по категориям (для этого «стоимость» категории в баллах умножаем на соответствующую частоту). Есть и другой способ – решать с помощью частот (напрямую), использовать баллы лишь при вычислении средних и исправленных дисперсий данных выборок. Это будет продемонстрировано при решении данного примера.

Результаты контрольных работ учащихся, занимающихся по педагогическим технологиям $\text{П}T_1$ и $\text{П}T_2$, даны соответственно в таблицах 6 и 7. На уровне значимости α = 0,02 определите победителя конкурса на получение статуса ППТ – перспективная педагогическая технология между указанными конкурирующими технологиями. Проблема конкурса «Успеваемость по всем и отдельным категориям» среди учащихся различных групп и групп в целом (право создавать конкурирующие пары учащихся дается организаторам конкурса).

Таблица 6

Результаты контрольных работ учащихся, занимающихся по педагогическим технологиям

Table 6

Results of control works of students engaged in pedagogical technologies

Категории и баллы			«2»	«3»	«4»	«5»
Матрица *А*	Номера учащихся	*1*	8	6	4	3
		2	3	2	8	8
		3	9	6	5	4
		4	2	6	7	6

Таблица 7

Результаты контрольных работ учащихся, занимающихся по педагогическим технологиям

Table 7

Results of control works of students engaged in pedagogical technologies

Категории и баллы			«2»	«3»	«4»	«5»
Матрица В	*Номера учащихся*	*1*	*1*	*2*	*9*	*8*
		2	*9*	*6*	*4*	*3*
		3	*6*	*7*	*8*	*9*
		4	*9*	*6*	*3*	*2*
		5	*2*	*3*	*3*	*3*
		6	*4*	*3*	*3*	*4*

Эту задачу можно решить двумя способами.

Первый способ. Сначала выразим успеваемости учащихся обеих групп в баллах по категориям.

Обозначим через C и D матрицы, соответствующие матрицам A и B при переходе к баллам.

Таблицы 6 и 7 перейдут в таблицы 8 и 9, после соответствующих вычислений они имеют следующий вид.

Таблица 8

Результаты контрольных работ учащихся, занимающихся по педагогическим технологиям

Table 8

Results of control works of students engaged in pedagogical technologies

Категории и баллы			«2»	«3»	«4»	«5»
Матрица *C*	Номера учащихся	*1*	16	18	16	15
		2	6	6	32	40
		3	18	18	20	20
		4	4	18	28	30

Таблица 9

Результаты контрольных работ учащихся, занимающихся по педагогическим технологиям

Table 9

Results of control works of students engaged in pedagogical technologies

Категории и баллы			«2»	«3»	«4»	«5»
Матрица *D*	Номера учащихся	*1*	2	6	36	40
		2	18	18	16	15
		3	12	21	32	45
		4	18	18	12	10
		5	4	9	12	15
		6	8	9	12	20

Теперь находимся в условиях примера 3.

Второй способ: можно решить эту задачу с помощью частот (**напрямую**, не переходя к баллам по категориям).

Заключение

Итоги исследований в области зависимых и независимых выборок

1. Матрицы A и B представляют собой не только журнал успеваемости (состояния) каждого индивидуума по каждой категории, а документ, содержащий информацию о текущей успеваемости, контрольных и других работах, удобный для вычислительной деятельности. В качестве индивидуума могут быть учащиеся, студенты, больные, спортсмены и т. д.; из животных – мыши, крысы и т. д. Эти матрицы содержат соответствующую информацию о всех и обо всем. Поэтому модели ММ1 и ММ2, построенные на этих матрицах, обоб-

щают известные модели и применимы в области образования и, возможно, в естественных науках.

2. Следует обратить внимание и на системы экспертизы различных видов успеваемостей учащихся: групп и подгрупп, по всем и отдельным категориям. Эта система состоит из 6 типов измерения успеваемости для дифференцированного обучения и 4 типов для традиционного, они способствуют сбору более объективной и достоверной информации об успеваемости учащихся в системе образования, что является основой для принятия мер по повышению качества образования.

3. Сравнение двух групп критериев: первая состоит из одного КЖ – критерия автора; вторая – из ДК – других критериев.

К другим критериям отнесем следующие: ВМУ – критерий Вилкоксона – Манна – Уитни, $\chi^2 -$ хи $-$ квадрат, КС $-$ критерий Колмогорова – Смирнова, Т-критерий Вилкоксона и критерии Макнамара, Фридмана, Пейджа. Сравнивать будем на примерах из области образования.

В группе ДК сравнение двух педагогических технологий ΠT_x и ΠT_y сводится к сравнению средних двух выборок X и Y, созданных на основе указанных технологий. Поэтому критерии сравнения в группе ДК являются однопараметрическими. В критерии автора используются оба параметра указанных выборок X и Y: средние $\bar{x}$ и $\bar{y}$; исправленные дисперсии (разбросы) S_X^2 и S_Y^2.

Оба параметра совершенно равноправно участвуют в процессе определения победителя конкурса. Однопараметрические критерии не имеют доступа к половине информации об успеваемости учащихся, поэтому они напоминают либо птиц с одним крылом, либо одноглазых людей, которые не могут точно найти расстояние до объекта. Такие существа в принципе должны исчезнуть.

Продемонстрируем на простом примере правомерность сказанного. Если $\bar{x} > \bar{y}$, то в группе ДК технологию ΠT_x считают лучшей. Но это верно только при определенных условиях, ложно при значимо большей дисперсии S_X^2, чем S_Y^2. В критерии автора эти условия указаны.

Двухпараметрический подход в оценке преимущества педагогической технологии более объективно определяет победителя. В качестве этих параметров взяты два самых важных показателя системы образования: среднее (среднее арифметическое значение чисел выборки) и разброс (дисперсия).

4. КЖ – критерий автора:

а) не «уступает» ни одному из известных критериев, во многих случаях более точен и с меньшим объемом вычислений;
б) не имеет ограничений ни на число учащихся, ни на количество категорий (групп);
в) применим для исследования зависимых и независимых выборок в области образования и, возможно, естественных наук;
г) свободен от специфических «капризов», присущих известным в этой области критериям.

5. Объем научно-методического материала, необходимого для исследования указанных выше проблем образования и основанного на критерии КЖ, в десятки раз меньше, чем аналогичный материал, построенный на известных 12 критериях.

6. Следует отметить социальную и морально-этическую значимость критерия КЖ.

Принимая на вооружение этот критерий:

– можно решить любую задачу системы образования, связанную с зависимыми и независимыми выборками, избавиться от гнета примитивной громадины, созданной ДК – другими критериями;

– исключить возможность появления ошибки в формулировках критериев и задач, определяя эти условия с помощью выборок;

– переход к одному критерию и формулирование условий задач и критериев с помощью выборок усиливает доступность и привлекательность, не пугает и не отталкивает учителей и преподавателей – основных потребителей этих материалов и активных участников процесса повышения качества образования.

7. Особо отметим: впервые внедрен двухпараметрический критерий для определения победителя конкурса среди педагогических технологий, первым из них является среднее (среднее арифметическое значений вариант выборки) – наивысшая точка функции плотности закона нормального распределения вероятностей (показатель наилучшей успеваемости). Второй параметр – разброс (дисперсия) – отклонение вариант выборки от среднего. Чем меньше разброс, тем кучнее располагаются варианты вокруг наивысшей точки, тем больше сумма значений вариант, т. е. выше успеваемость группы (класса).

8. Модели, типы исследований и критерий автора представляют собой **математический аппарат**, способствующий выявлению такой перспективной педагогической технологии, которая оптимально сочетает оба параметра, и тем самым содействует повышению успеваемости и качества образования. Этот аппарат свободен от традиционных противоречий и ограничений на число учащихся и категорий, существенно снижает объем изучаемого материала, что актуально в условиях массового перехода к дистанционному методу организации образования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Judrups J., Zandbergs U., Arhipova I., Vaisnore L. Architecture of a Competence – Based Human Resource Development Solution // Procedia Computer Science. – Vol. 77. – P. 184–190. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.12.382
2. Lauermann F., König J. Teachers' professional competence and wellbeing: Understanding the links between general pedagogical knowledge, self-efficacy and burnout // Learning and Instruction. – 2016. – Vol. 45. – P. 9–19. DOI: https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.06.006
3. Miranda S., Orciuoli F., Loia V., Sampson D. An ontology-based for competence management // Data and Knowledge Engineering. – 2017. – Vol. 107. – P. 51–66. DOI: https://doi.org/10./1016./j.datak.2016.12.001
4. Rezgui K., Mhiri H., Ghedira K. Ontology-based e-Portfolio modeling for supporting lifelong competency assessment and development // Procedia Computer Science. – 2017. – Vol. 112. – P. 397–406. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.08.041
5. Ivinskaya E. Y., Nikitin A. A., Markovichev A. S., Zhafyarov A. Z., Milinis O. A., Zhukov G. N., Sinenko V. Y., Mavrina I. A. Development of competitive relations in the Russian market of educational services // International Review of Management and Marketing. – 2016. – Vol. 6 (1). – P. 65–69. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26830068
6. Bergsmann E., Schultes M.-Th., Winter P., Schober B., Spiel Ch. Evaluation of competence-based teaching in higher education: From theory to practice // Evaluation and Program Planning. – 2015. – Vol. 52. – P. 1–9. DOI: https://doi.org/10.1016/j.evalprogplan.2015.03.001

7. Brevik L. M., Gudmundsdottir G. B., Lund A., Strømme T. A. Transformative agency in teacher education: Fostering professional digital competence // Teaching and Teacher Education. – 2019. – Vol. 86. – P. 102875. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.07.005
8. Schipper T., Goei S. L., de Vries S., van Veen K. Professional growth in adaptive teaching competence as a result of Lesson Study // Teaching and Teacher Education. – 2017. – Vol. 68. – P. 289–303. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.09.015
9. Stefanutti L., de Chiusole D. On the assessment of learning in competence-based knowledge space theory // Journal of Mathematical Psychology. – 2017. – Vol. 80. – P. 22–32. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmp/2017.08.003
10. Aleshinskaya E., Albatsha A. A cognitive model to enhance professional competence in computer science // Procedia Computer Science. – 2020. – Vol. 169. – P. 326–329. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.02.191
11. Guerrero Chanduví D. A., Girón Escobar C., Jara Gallo D., Cruz Alayza V. Analysis of the Intellectual Structure of Scientific Papers about Professional Competences Related to Organizational Psychology // Procedia – Social and Behavioral Sciences. – 2016. – Vol. 226. – P. 286–293. DOI: https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.06.190
12. Instefjord E. J., Munthe E. Educating digitally competent teachers: A study of integration of professional digital competence in teacher education // Teaching and Teacher Education. – 2017. – Vol. 67. – P. 37–45. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.05.016
13. Cheetham G., Chivers G. The reflective (and competent) practitioner: a model of professional competence which seeks to harmonise the reflective practitioner and competence-based approaches // Journal of European Training. – 1998. – Vol. 22 (7). – P. 267–276. DOI: https://doi.org/10.1108/03090599810230678
14. Bilal, Guraya S. Y., Chen S. The impact and effectiveness of faculty development program in fostering the faculty's knowledge, skills, and professional competence: A systematic review and meta-analysis // Saudi Journal of Biological Sciences. – 2019. – Vol. 26. – P. 688–697. DOI: https://doi.org/10.1016/j.sjbs.2017.10.024
15. Pijl- Zieber E. M., Barton S., Konkin J., Awosoga O., Caine V. Competence and competency-based nursing education: Finding our waythrough the issues // Nurse Education Today. – 2014. – Vol. 34 (5). – P. 676–678. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nedt.2013.09.007
16. Gravina E. W. Competency-Based Education and Its Effect on Nursing Education: A Literature Review // Teaching and Learning in Nursing. – 2017. – Vol. 12 (2). – P. 117–121. DOI: https://doi.org/10.1016/j.teln.2016/11.004
17. Жафяров А. Ж. Уточненные математические методы обработки результатов педагогических исследований и статистических данных: монография. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2021. – 219 с.
18. Жафяров А. Ж. Модели и критерии для мониторинга качества образования // Science for Education Today. – 2021. – № 4. – С. 136–154. DOI: http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2104.07

Поступила: 30 марта 2022 Принята: 11 мая 2022 Опубликована: 30 июня 2022

Информация об авторах

Жафяров Акрям Жафярович
доктор физико-математических наук, профессор,
член-корреспондент РАО,
кафедра геометрии и методики обучения математике,
Новосибирский государственный педагогический университет,
Вилюйская ул., 28, Новосибирск, Новосибирская обл., 630126, Россия.
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1339-1472
E-mail: akram39@yandex.ru

Science for Education Today

2022, vol. 12, issue 3 http://en.sciforedu.ru/ ISSN 2658-6762

DOI: 10.15293/2658-6762.2203.04 Research Full Article / Article language: Russian

Criteria for studying dependent and independent samples in the field of education

Akryam Zh. Zhafyarov [1]

[1] Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk, Russian Federation

Abstract

Introduction. *The article is devoted to monitoring the quality of education and continues the research presented in the author's previous article. The goal of this work is to improve the author's criterion presented in the above mentioned work in two directions: the first is to strengthen its practical applicability; the second is to deepen research, covering all possible manifestations of problems in the field of quantitative characteristics within the education system (academic performance).*

Materials and Methods. *The methodology of solving this problem and achieving the goal is based on the integration of two important areas of science – mathematics and pedagogy, as well as on the new results obtained by the author in the field of research of dependent and independent samples, which together form the basis of the theory of measuring academic performance.*

Results. *The author has formulated the criterion in order to increase its practical applicability. Consequently, half of the tasks on the problem under study are solved by direct application of the criterion. In the field of deepening the research, a second special class of problems has been found which, together with the first, exhausts all the variety of manifestations of the problem under study in the field of dependent and independent samples. In addition, a two-parameter criterion is introduced, contributing to a more objective way of determining a promising educational technology among competing ones and taking into account the chronology of events.*

The latter is very important due to the fact that many well–known and widely used criteria (Wilcoxon –Mann - Whitney) are "blind", give the same result for different pairs (X, Y) and (Y, X) and do not follow the chronological order. The recommendation provided by incompetent researchers to rearrange the samples in pairs is very harmful and leads to falsification of results.

Conclusions. *The introduction of the author's criterion not only contributes to the selection of a decent educational technology, but also reduces the volume of scientific and methodological material on mathematical statistics serving the education system tenfold. It is justified by the fact that instead of 12-15 criteria containing about 100 rules and formulas, only one criterion can be used. In addition, this criterion does not contain contradictions, restrictions on the number of students and categories, etc.*

For citation

Zhafyarov A. Zh. Criteria for studying dependent and independent samples in the field of education. *Science for Education Today*, 2022, vol. 12 (3), pp. 69–91. DOI: http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2203.04

Corresponding Author: Akryam Zh. Zhafyarov, akram39@yandex.ru

Keywords
Dependent and independent samples; Criteria serving the education system; Model; Differentiated learning; Competence approach; Two-parameter criterion.

REFERENCES

1. Judrups J., Zandbergs U., Arhipova I., Vaisnore L. Architecture of a competence – based human resource development solution. *Procedia Computer Science*, 2015, vol. 77, pp. 184–190. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.12.382
2. Lauermann F., König J. Teachers' professional competence and wellbeing: Understanding the links between general pedagogical knowledge, self-efficacy and burnout. *Learning and Instruction*, 2016, vol. 45, pp. 9–19. DOI: https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.06.006
3. Miranda S., Orciuoli F., Loia V., Sampson D. An ontology-based model for competence management. *Data and Knowledge Engineering*, 2017, vol. 107, pp. 51–66. DOI: https://doi.org/10.1016/j.datak.2016.12.001
4. Rezgui K., Mhiri H., Ghédira K. Ontology-based e-Portfolio modeling for supporting lifelong competency assessment and development. *Procedia Computer Science*, 2017, vol. 112, pp. 397–406. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.08.041
5. Ivinskaya E. Y., Nikitin A. A., Markovichev A. S., Zhafyarov A. Z., Milinis O. A., Zhukov G. N., Sinenko V. Y., Mavrina I. A. Development of competitive relations in the Russian market of educational services. *International Review of Management and Marketing*, 2016, vol. 6 (1), pp. 65–69. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26830068
6. Bergsmann E., Schultes M.-Th., Winter P., Schober B., Spiel Ch. Evaluation of competence-based teaching in higher education: From theory to practice. *Evaluation and Program Planning*, 2015, vol. 52, pp. 1–9. DOI: https://doi.org/10.1016/j.evalprogplan.2015.03.001
7. Brevik L. M., Gudmundsdottir G. B., Lund A., Strømme T. A. Transformative agency in teacher education: Fostering professional digital competence. *Teaching and Teacher Education*, 2019, vol. 86, pp. 102875. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.07.005
8. Schipper T., Goei S. L., de Vries S., van Veen K. Professional growth in adaptive teaching competence as a result of Lesson Study. *Teaching and Teacher Education*, 2017, vol. 68, pp. 289–303. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.09.015
9. Stefanutti L., de Chiusole D. On the assessment of learning in competence based knowledge space theory. *Journal of Mathematical Psychology*, 2017, vol. 80, pp. 22–32. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jmp.2017.08.003
10. Aleshinskaya E., Albatsha A. A cognitive model to enhance professional competence in computer science. *Procedia Computer Science*, 2020, vol. 169, pp. 326–329. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.02.191
11. Guerrero Chanduví D. A., Girón Escobar C., Jara Gallo D., Cruz Alayza V. Analysis of the intellectual structure of scientific papers about professional competences related to organizational psychology. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 2016, vol. 226, pp. 286–293. DOI: https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.06.190
12. Instefjord E. J., Munthe E. Educating digitally competent teachers: A study of integration of professional digital competence in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 2017, vol. 67, pp. 37–45. DOI: https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.05.016
13. Cheetham G., Chivers G. The reflective (and competent) practitioner: A model of professional competence which seeks to harmonise the reflective practitioner and competence-based

approaches. *Journal of European Industrial Training*, 1998, vol. 22 (7), pp. 267–276. DOI: https://doi.org/10.1108/03090599810230678
14. Bilal, Guraya S. Y., Chen S. The impact and effectiveness of faculty development program in fostering the faculty's knowledge, skills, and professional competence: A systematic review and meta-analysis. *Saudi Journal of Biological Sciences*, 2019, vol. 26, pp. 688–697. DOI: https://doi.org/10.1016/j.sjbs.2017.10.024
15. Pijl-Zieber E. M., Barton S., Konkin J., Awosoga O., Caine V. Competence and competency-based nursing education: Finding our way through the issues. *Nurse Education Today*, 2014, vol. 34 (5), pp. 676–678. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nedt.2013.09.007
16. Gravina E. W. Competency-based education and its effect on nursing education: A literature review. *Teaching and Learning in Nursing*, 2017, vol. 12 (2), pp. 117–121. DOI: https://doi.org/10.1016/j.teln.2016.11.004
17. Zhafyarov A. Zh. *Refined mathematical methods for processing the results of pedagogical research and statistical data*: monography. Novosibirsk: Publishing house of NGPU, 2021. 219 p.
18. Zhafyarov A. Z. Models and criteria for monitoring the quality of education. *Science for Education Today*, 2021, vol. 11 (4), pp. 136–154. DOI: http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2104.07

Submitted: 30 March 2022 Accepted: 11 May 2022 Published: 30 June 2022

Information about the Authors

Akryam Zhafyarovich Zhafyarov
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding Member of the Russian Academy of Education,
Department of Geometry and Methods of Teaching Mathematics,
Novosibirsk State Pedagogical University,
630126, 28 Vilyuiskaya Str., Novosibirsk, Russian Federation.
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-1339-1472
E-mail: akram39@yandex.ru