



УДК 371+51.77

DOI: [10.15293/2658-6762.2302.06](https://doi.org/10.15293/2658-6762.2302.06)Научная статья / **Research Full Article**Язык статьи: русский / **Article language: Russian**

## Уточненный и дополненный критерий для исследования зависимых и независимых выборок в области экспериментальных наук (и образования)

А. Ж. Жафяров<sup>1</sup><sup>1</sup> Новосибирский государственный педагогический университет, Новосибирск, Россия

**Проблема и цель.** Статья посвящена триединой системе: 1) отбору первичной информации об исследуемой проблеме; 2) принципу сравнения пар выборок; 3) критерию по определению перспективной технологии среди конкурирующих. Является продолжением исследований, изложенных ранее в работах автора. Работа имеет прямое отношение к исследованиям выборок в области экспериментальных наук, но дальнейшее изложение будет проведено в терминологии образования.

**Методология.** Методологией решения проблемы создания триединой системы (отбор – сравнение – критерий) является системный анализ недостатков функционирующих критериев и применение кластерного подхода.

**Результаты.** Разработан математический комплекс (МК), содержащий: матричные модели, учитывающие успеваемость и личностное развитие учащихся и позволяющие сбор информации из первых рук – деятельности учащихся; новую систему сравнения результатов применения нововведений и критерия автора КЖ: свободного от всех недостатков критериев-предшественников, не имеющего ограничений на число учащихся и категорий; способствующего выявлению лучшей технологии среди конкурирующих; уменьшающего объем теории в десятки раз, что дает значимую экономию времени и финансов, а его непротиворечивость привлекает специалистов.

Все это достигнуто благодаря тому, что критерий КЖ является двухпараметрическим, в отличие от критериев однопараметрических, им недоступно около 50 % информации об изучаемой проблеме. Сказанное позволяет считать МК импортозамещением в области методики применения математической статистики в образовании и прикладных сферах.

**Заключение.** Внедрение математического комплекса в научно-образовательный процесс не только способствует отбору достойной технологии среди конкурирующих, но и решает проблему прогнозирования направления изменения УУ – «улучшение – ухудшение».

Переход к одному и непротиворечивому критерию КЖ усиливает доступность и привлекательность этого критерия, не пугает и не отталкивает учителей и преподавателей – основных потребителей результатов исследований и активных участников процесса повышения качества образования.

**Библиографическая ссылка:** Жафяров А. Ж. Уточненный и дополненный критерий для исследования зависимых и независимых выборок в области экспериментальных наук (и образования) // Science for Education Today. – 2023. – Т. 13, № 2. – С. 123–144. DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2302.06>

✉ Автор для корреспонденции: А. Ж. Жафяров, [akram39@yandex.ru](mailto:akram39@yandex.ru)

© А. Ж. Жафяров, 2023

**Ключевые слова:** *однопараметрические критерии; двухпараметрические критерии; зависимые выборки; независимые выборки; матрица; матричная модель; среднее; дисперсия; исправленная дисперсия.*

### **Постановка проблемы. Методология исследования**

В настоящей статье представлены результаты уточнения и дополнения критерия автора КЖ для исследования зависимых и независимых выборок в области экспериментальных наук.

Статья посвящена триединой системе:

- 1) отбору первичной информации об исследуемой проблеме;
- 2) принципу сравнения пар выборок;
- 3) критерию по определению перспективной технологии среди конкурирующих. Является продолжением исследований, изложенных ранее в работах автора.

Ранее в исследованиях автора [1–2] было отмечено, что чем дальше, тем больше благополучие и достоинство граждан и страны зависит от успехов в науке, что, в частности, подтвердила пандемия COVID-19 [3–8]. В свою очередь, успехи науки зависят от образования и эффективности педагогической технологии [9–16]. Поэтому актуальной является проблема *отбора* такой педагогической технологии образования, которая перспективна по отношению к приоритетным направлениям развития страны [17–20].

Решение указанной проблемы в значительной степени зависит от уровня критериев, с помощью которых осуществляется искомый *отбор*<sup>1</sup> [1; 2; 21; 22]. К сожалению, известные критерии имеют существенные недостатки,

порождающие вполне обоснованное недоверие к результатам, полученным на их основе.

Функционирующая в настоящее время система критериев (разработанная в основном зарубежными учеными и состоящая из 12–15 критериев) имеет ряд серьезных недостатков [см. 1; 2; 21; 22]. Тщательный анализ этих недостатков и интеграция их по смыслу, т. е. применение кластерного подхода, убедило, что улучшение только одного из трех параметров указанной системы не обеспечивает ни объективности, ни достоверности результатов конкурса по определению перспективной технологии среди конкурирующих. Это и породило указанную проблему.

Работа имеет прямое отношение к исследованиям выборок в области экспериментальных наук, но дальнейшее изложение будет проведено в терминологии образования.

### **Результаты исследования**

Как уже отмечено, систематизация недостатков функционирующих критериев, в том числе и пяти параметрических, и применение кластерного подхода позволило выявить типичные ошибки у указанных критериев.

**Первой типичной ошибкой является однопараметричность** этих критериев. Отсюда, как следствие, появляется второй типичный недостаток – однопараметрическим критериям недоступно около 50 % информации об исследуемом объекте.

<sup>1</sup> Жафяров А. Ж., Жафяров А. А. Математические методы обработки результатов педагогических исследований и статистических данных: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2014. – 156 с.

Жафяров А. Ж., Жафяров А. А. Методология и технология повышения компетентности по теме «Функция переменных рациональных степеней и ее приложения»: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2016. – 148 с.

Обоснованием указанной ошибки является то, что известно: результаты педагогических измерений, как и экспериментальных наук, подчиняются закону нормального распределения вероятностей. Нормальное распределение (краткое обозначение  $N(a, \sigma^2)$ ) определяется двумя параметрами:

–  $a$  – математическое ожидание (среднее арифметическое вариант для дискретного случая);

–  $\sigma^2$  – дисперсия (разброс).

Первичной (основной) продукцией системы образования (и экспериментальных

наук) является **выборка**, полученная на основе наблюдений, контрольных работ, экзаменов и т. д.<sup>2</sup>

По выборке легко находится среднее и дисперсия. Поэтому результаты экспериментальных наук подчиняются законам нормального распределения вероятностей<sup>3</sup>.

Из сказанного следует: целесообразно искать искомый критерий только среди двухпараметрических.

**Второй типичной ошибкой** для таких известных и часто применяемых критериев<sup>4</sup>, как ВМУ – Вилкоксона – Манна – Уитни, так

<sup>2</sup> Волкова Е. Ф. Методы математической статистики в экспериментальной психологии: учебно-методический комплекс. – Новосибирск: НГПУ, 2011.

Герасимов В. П. Математическое обеспечение психологических исследований. – Бийск: БГПИ, 1997. – 90 с.

Гласс Дж., Стэнли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии. – М. Прогресс, 1976. – 496 с.

Грабарь М. И., Краснянская К. А. Применение математической статистики в педагогических исследованиях. – М.: Педагогика, 1977. – 137 с.

Разумникова О. М. Основы психологического исследования и статистического анализа данных: учебное пособие. – Новосибирск: НГПУ. 2008. – 60 с.

Савченко А. И. Подготовка и организация педагогического исследования: учебно-методическое пособие для студентов и выпускников педагогических вузов; Кузбасская гос. пед. академия. – Новокузнецк: КузГПА, 2008. – 55 с. ISBN 978-5-85117-4155

<sup>3</sup> Белеванцев В. И., Рыжих А. П. Избранные аспекты теории и практики обработки результатов наблюдений (с примерами из области изучения равновесий в растворах); отв. ред. И. В. Миронов. – Новосибирск: ИНХ СО РАН, 2009. – 176 с.

ЭВМ помогает химии: пер. с англ./под ред. Г. Вернена, М. Шанона. – Л.: Химия, 1990. – Пер. изд.: Великобритания, 1986. – 384 с.

<sup>4</sup> Айвазян С. А., Мхитарян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: Юманити, 1998. – 1022 с.

Боровков А. Н. Математическая статистика: учебник. – 4-е изд., стер. – М.: Лань, 2010. – 704 с. ISBN 978-5-8114-1013-2

Бородин А. Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. – СПб.: Лань, 1998. – 224 с.

Бочаров П. П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. – М.: Гардарина, 1998. – 328 с.

Буре В. М., Парилина Е. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник: доп. УМО вузов РФ. – М.: Лань, 2013. ISBN 978-5-8114-1508-3.

Вуколов Э. А. Основы статистического анализа: практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов Statistika и Excel. – М.: ФОРУМ, 2012. – 464 с.

Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1977. – 480 с.

Гусаров Б. М. Теория статистики. – М.: Юнити, 1998. – 247 с.

Гусева Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. – М.: Флинта, 2011. – 220 с. ISBN 978-5-9765-1192-7

Калинина В. Н., Панкин В. Ф. Математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1998. – 336 с.

Колемаев В. А., Калинина В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Инфра-М, 1997. – 302 с.

Лоусон Ч., Хенсон Р. Численное решение задач метода наименьших квадратов. – М.: Наука, 1986. – 232 с.

Лялин В. С., Зверева И. Г., Никифорова Н. Г. Статистика: теория и практика в Excel: учебное пособие для вузов. – М.: Финансы и статистика: Инфра-М, 2010. – 448 с.

Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. – М.: Наука, 1971. – 576 с.

и  $\chi^2$  (хи-квадрат), Т-критерия Вилкоксона, L-критерия Пейджа и др., является «слепота», т. е. дающих один и тот же ответ на две, вообще говоря, различные пары (X, Y) и (Y, X).

Отсюда и последствия одинаковы для указанных критериев:

а) нарушение хронологии событий (неизвестно, лучше было до или после применения новшеств – НПТ – новой педагогической технологии);

б) ложность выводов-прогнозов в пределах 33 %;

в) ни один из этих критериев не указывает направление изменения УУ (улучшение – ухудшение) [21].

Следует отметить, что причины, породившие эту «слепоту», различные.

Порождается «слепота» критерия:

– ВМУ коэффициентом S – суммой рангов выборки с наименьшим числом членов (подробности изложены в [21], [22]);

–  $\chi^2$  (хи-квадрат) – возведением в квадрат неотрицательных чисел ([21]);

– Т-критерий Вилкоксона – взятием модуля от разности неотрицательных чисел ([19]);

– L-критерия Пейджа – правилом вычисления коэффициента  $L_{эмп}$  ([21]).

Особо отметим критерий Макнамары. Модель этого критерия груба и примитивна. Суть примитивности модели заключается в следующем: она состоит только из двух категорий 0 и 1, к категории 0 отнесены и отличники, и хорошисты, и троечники.

При такой грубости можно творить что угодно. Это и сделано автором (см. пример 1, [21, с. 26–28]). При одних и тех же условиях

(см. (3)), получены два противоположных ответа. Следовательно, указанный критерий не дает достоверного результата. Произошло это из-за примитивности модели.

Итак, анализ и систематизация многочисленных недостатков критериев-предшественников указывает на то, что эта система функционирующих критериев не может действовать повышению качества образования. Для этого как минимум необходимо в первую очередь решить следующие **три проблемы**.

#### **Обеспечение объективности и достоверности:**

1) *сбора первичной информации – выборки о состоянии развития и успеваемости учащихся и их команд;*

2) *системы сравнения результатов развития и успеваемости учащихся и их команд;*

3) *критериев, определяющих перспективную (лучшую) педагогическую технологию среди конкурирующих.*

#### **Предложено для решения проблемы:**

1) матричная модель набора первичной информации о развитии и успеваемости (или только успеваемости) из первых рук – от деятельности самих учащихся;

2) новый ПСЖ – принцип сравнения только однородных объектов (в образовании: успеваемость сильных учащихся сравнивать с успеваемостью сильных, слабых – со слабыми);

3) замена функционирующей системы из 12–15 критериев одним двухпараметрическим

Переяслова И. Г., Колбачев Е. Б. Основы статистики. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1999. – 320 с.

Тюрин Ю. Н., Макаров А. А. Статистический анализ данных на компьютере. – М.: Инфра-М, 1998. – 528 с.

Чашкин Ю. Р. Математическая статистика: анализ и обработка данных. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2010. – 236 с.

критерием автора, свободным от всех недостатков указанной системы.

**Более подробно рассмотрим решение проблем 1)-3) для зависимых выборок.**

Для решения проблемы 1) предлагается матричный метод сбора ИРУУ – информации о развитии и успеваемости учащихся. Он предназначен для обеспечения полноты, объективности сбора информации об учебно-образовательном процессе и ее достоверности.

**Построим сначала ММ1 – матричную модель для исследования зависимых выборок.** Пусть  $A$  – матрица размерности  $n \times q$  является матрицей сбора информации о развитии и успеваемости учащихся (о состоянии испытуемых животных), где  $n$  и  $q$  представляют

собой соответственно число учащихся и количество категорий,  $a_{ij}$  – число баллов (или частот), полученных учеником  $i$  по категории  $j$ ,  $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq q$ , за определенное время до внедрения НПТ – новой педагогической технологии.

Аналогичная интерпретация для животных:  $a_{ij}$  – количественный показатель состояния животного  $i$  по категории  $j$  (рост, вес, пульс и т. д.).

Дальнейшее изложение будем проводить, как уже отмечено, в терминологии системы образования. Матрицу  $A$  представим в виде таблицы 1.

Таблица 1

Категории		$1$	...	$q$
Номер ученика	$1$	$a_{11}$	...	$a_{1q}$
	...	...	...	
	...	...	$A$	...
	...	...	...	
	$n$	$a_{n1}$	...	$a_{nq}$

Далее введем в рассмотрение матрицу  $B$  – аналог матрицы  $A$ , способствующую сбору такой же информации, но только после внедрения НПТ (табл. 2), где  $b_{ij}$  – число баллов (или частот), полученных учеником  $i$  по категории  $j$ ,  $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq q$ , за то же время,

но после внедрения НПТ. Аналогичная интерпретация для животных:  $b_{ij}$  – количественный показатель состояния животного  $i$  по категории  $j$  (рост, вес и т. д.).

Таблица 2

Категории		$1$	...	$q$
Номер ученика	$1$	$b_{11}$	...	$b_{1q}$
	...	...	...	...
	...	...	$B$	...
	...	...	...	...
	$n$	$b_{n1}$	...	$b_{nq}$

### Описание матриц А и В

Эти матрицы существенно отличаются от классных журналов по следующим причинам: они содержат об ученике больше информации, кроме успеваемости еще и данные о развитии **как по предмету**:

– *инновации и олимпиадное движение*: участник – организатор – автор задач;

– *творчество и конкурсы*: участник – организатор – автор мероприятий и т. д.;

– *исследовательская деятельность и конференции*: участник – организатор – автор статьи, публикации и т. д.;

**так и в личностном аспекте в целом** (спасение утопающих, при пожаре и т. д.; участник – организатор – победитель на крупных общественных мероприятиях, например

на олимпиадах, чемпионате России, субъектов РФ, района, школы и т. д.).

Поэтому в дальнейшем будем говорить не просто **об успеваемости, а о РУ – развитии и успеваемости учащихся**.

Учет только успеваемости (без развития в тех направлениях, о которых лишь частично сказано выше), является необъективным процессом, но сначала можно ограничиться только успеваемостью.

Более сложную структуру имеют указанные матрицы, если система образования построена на основе учета показателей личностного развития ученика (ПЛРУ). В этом случае первые две строчки матриц А и В имеют следующий вид (табл. 3).

Таблица 3

### Категории и баллы с учетом показателей личностного развития ученика

Table 3

### Categories and scores based on the student's personal development indicators

Категории	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Баллы	«2»	«3»	«4»	«5»	4–6	5–7	6–8	7–9	8–10	9–11

**Пояснения категориям  $q \in \{5, 6, \dots, 10\}$  – показателям личностного развития ученика:**

5 – инновационная деятельность, участие в олимпиадах и т. д.;

6 – творческая деятельность, участие в конкурсах и т. д.;

7 – исследовательская деятельность, выступления на конференциях и т. д.;

8 – принятие обоснованного решения в чрезвычайных ситуациях;

9 – участие в сфере производства продукции, пользующегося спросом на рынке;

10 – особые успехи в естественно-научных, гуманитарных и спортивных областях деятельности.

**Замечание 1.** Здесь дана примерная оценка в баллах показателей личностного развития ученика, их можно менять и изменить число показателей с учетом целесообразности.

**Замечание 2.** Особо отметим два способа подачи информации на основе матриц А и В: *первый* – по каждому ученику и по каждой категории даны баллы за определенную работу и фиксированное время; *второй* – по каждому ученику и по каждой категории даны их частоты.

Состояние дел ученика состоит из его успехов и провалов по изучаемым темам дисциплины и типам соответствующих задач. Зная полную и объективную информацию об этом процессе, можно сделать, по крайней мере, два вывода:

1) определить, как «чувствует» себя класс, успешные и отстающие;

2) сформулировать научно обоснованные рекомендации для дальнейшего развития обучаемых и повышения квалификации обучающихся.

Сбор искомой информации только по одной контрольной работе «до» и «после» (как в Т-критерии Вилкоксона и др.) не обеспечивает ни полноты, ни достоверности.

**Для решения проблемы 2) предложен новый принцип, ПСЖ** – принцип сравнения только однородных объектов (в образовании: успеваемость сильных учащихся сравнивать с успеваемостью сильных, слабых – со слабыми). Аналогично относительно команд учащихся.

**Следовательно, первым шагом для создания указанной системы является разбиение класса на слабые и сильные группы. Сильными назовем отличников и хорошистов, слабыми – остальных.**

Рассмотрим сначала два основных типа: *T1* – сравнение результатов РУ – развития и успеваемости учащихся по всем категориям. В этом типе задействованы почти все учащиеся, ученик «сравнивается» сам с собой в случае зависимых выборок, точнее: результаты, полученные учеником по технологии «до», сравниваются с его же результатами, полученными по технологии «после». Следует заметить, поскольку много задействованных, то будет большая работа, это поиск метода сбора полной и объективной информации о разви-

тии и успеваемости учащихся, причем информация «снимается» непосредственно с действующих лиц: учащихся и команд учащихся. Вынуждены так поступать, так как легкие критерии предшественников, основанные на одной паре выборок (решить надо всего одну задачку!) или на парах, полученных суммированием, усреднением, дали отрицательные результаты (см. [1; 2; 21; 22]).

*Тип T1 состоит из двух подтипов: T1.1 и T1.2, T1.1* – сравнение результатов РУ учащихся сильной группы; *T1.2* – сравнение результатов РУ учащихся слабой группы.

*Тип T2 – сравнение результатов РУ – развития и успеваемости по отдельным категориям команд учащихся, обучающихся по тем же технологиям «до» и «после». T2* состоит из двух подтипов *T2.1* и *T2.2*: *T2.1* – сравнение результатов РУ команд учащихся сильной группы; *T2.2* – сравнение результатов РУ команд учащихся слабой группы.

**Замечание 3.** Если нет разбиения класса на сильную и слабую группы, то конкурсная комиссия сама может провести это разбиение, пользуясь журналом и беседуя с учителем.

**Описание технологии вычисления результатов развития и успеваемости учащихся по всем категориям (T1.1 и T1.2) и команд учащихся по отдельным категориям (T2.1 и T2.2)**

Пусть  $n_1$  – число учащихся, относящихся к группе сильных, для удобства изложения будем считать, что сильные учащиеся занимают первые  $n_1$  номеров. Тогда  $n_2$  – число учащихся, относящихся к слабой подгруппе,  $n_2 = n - n_1$ , и они занимают номера  $n_1 + 1, \dots, n$ . Через  $C_1$  и  $D_1$  обозначим подматрицы соответственно матриц  $A$  и  $B$  с номерами строк  $1, 2, \dots, n_1$ , а через  $C_2$  и  $D_2$  – под-

матрицы соответственно матриц  $A$  и  $B$  с номерами строк  $n_1 + 1, \dots, n$ . Тогда T1.1 (T1.2) оперирует со строчками матриц  $C_1$  и  $D_1$  (соответственно с матриц  $C_2$  и  $D_2$ ) (табл. 4).

**Замечание.** Аналогичные утверждения имеют место и относительно технологии вы-

числения результатов команд учащихся по отдельным категориям. Технология T2.1 (T2.2) оперирует со столбцами матриц  $C_1$  и  $D_1$  (соответственно с матриц  $C_2$  и  $D_2$ ).

Таблица 4

Матрица А	Матрица В
$C_1$	$D_1$
$C_2$	$D_2$

*T1.1 (первый тип): исследование влияния НПТ (новшества) на результаты развития и успеваемости учащихся сильных групп по всем категориям.*

Для этого построим  $n_1$  пар выборок (а не одну пару, как у многих):

$$(A_1, B_1), \dots, (A_{n_1}, B_{n_1}),$$

где  $A_1$  и  $B_1$  – выборки, состоящие из чисел первых строчек соответственно матриц  $A$  и  $B$ ; аналогичный смысл имеет и последняя пара.

Исследуя первую пару, получаем информацию о влиянии НПТ на РУ первого ученика (испытуемого). Продолжая этот процесс, завершаем первый вид сравнения результатов РУ учащихся.

Если в рассмотренных парах нет доминирования одной из двух тенденций: улучшение или ухудшение, то НПТ, как правило, не влияет на класс даже при ее влиянии на каждого ученика. При наличии доминирования ранее рассмотренная пара выборок  $(X, Y)$  информирует не только о влиянии на класс, но и о существенной значимости новой педагогической технологии, так как результат достиг-

нут вопреки возможному внутреннему сопротивлению, т. е. противоположному результату отдельных учащихся. Соответствующие примеры приведем позже.

*T1.2 (второй тип): исследование влияния НПТ на результаты развития и успеваемости учащихся слабых групп по всем категориям.*

Для этого построим  $n_2$  пар выборок:

$$(A_{n_1+1}, B_{n_1+1}), \dots, (A_n, B_n),$$

где  $A_{n_1+1}$  и  $B_{n_1+1}$  – выборки, состоящие из чисел строчки с номером  $n_1 + 1$  соответственно матриц  $A$  и  $B$ ; аналогичный смысл имеет и последняя пара.

Исследуя первую пару, получаем информацию о влиянии НПТ на РУ ученика с номером  $n_1 + 1$ .

Продолжая этот процесс, завершаем второй вид исследования.

*T2.1 (третий тип): исследование влияния НПТ на результаты развития и успеваемости команд учащихся сильных групп по отдельным категориям.*

Необходимость введения такого типа исследований связана с тем, что нередко приходится более акцентированно заниматься важными нововведениями типа задач на модули, параметры, экономику, вероятность, статистику и т. д. Проверка успешности внедрения указанных нововведений основана на этом типе исследований успеваемости.

Этот тип исследований реализуется на следующих парах выборок:

$$(P_1, Q_1), \dots, (P_q, Q_q),$$

где  $P_1$  и  $Q_1$  – выборки, состоящие из чисел первых столбцов соответственно матриц  $C_1$  и  $D_1$ ; последняя пара составляется также, но из элементов последних столбцов соответственно матриц  $C_1$  и  $D_1$ .

Рассматриваемый тип исследований можно использовать для повышения качества образования как минимум двумя способами. Кто работал или работает учителем или преподавателем знаком с проблемой трудных тем. Применяя рассматриваемый тип исследований, можно определить эту тему.

Первый метод повышения: объявить конкурс на лучшую педагогическую технологию по изучению данной темы.

Второй метод: перераспределить общее время на изучение тем.

*T2.2 (четвертый тип): исследование влияния НПТ на результаты развития и успеваемости команд учащихся слабых групп по отдельным категориям.*

Этот тип исследований реализуется на следующих парах выборок:

$$(M_1, N_1), \dots, (M_q, N_q),$$

где  $M_1$  и  $N_1$  – выборки, составленные из чисел первых столбцов соответственно матриц  $C_2$  и  $D_2$ ; последняя пара составляется также, но из элементов последних столбцов соответственно матриц  $C_2$  и  $D_2$ .

### Критерий КЖ для исследования зависимых выборок. Демонстрационно-исследовательские примеры

Критерий КЖ построен на сравнении двух важных параметров выборок  $X$  и  $Y$ : средних и исправленных дисперсий.

Для дальнейшего изложения необходимо ввести определения следующих понятий.

#### Множество

$$Q(\bar{x}) = (\bar{x} - \beta \cdot S_X; \bar{x} + \beta \cdot S_X) \quad (1)$$

назовем окрестностью точки  $\bar{x}$ ,

$$\text{где } \beta = \frac{u_{кр}(2\alpha)}{\sqrt{n}}, \phi(u_{кр}(2\alpha)) = \frac{1-2\alpha}{2},$$

$\alpha$  – уровень значимости,  $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ ,

$n$  – объем выборки  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , см. Приложение 2 [21].

Любая точка  $x$  окрестности точки  $\bar{x}$  незначимо (на данном уровне значимости  $\alpha$ ) отличается от  $\bar{x}$ ,

$$\text{точнее } |x - \bar{x}| < \beta \cdot S_X$$

(число  $r = \beta \cdot S_X$  можно назвать радиусом допустимой изменчивости среднего  $\bar{x}$ ).

Аналогично определяется окрестность  $Q(\bar{y})$  точки  $\bar{y}$ :

$$Q(\bar{y}) = (\bar{y} - S_Y \cdot \beta, \bar{y} + S_Y \cdot \beta). \quad (2)$$

Далее, средние  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  назовем неразличимыми (обозначение  $\bar{x} \& \bar{y}$ ), если

$$\bar{x} \in Q(\bar{y}) \wedge \bar{y} \in Q(\bar{x}). \quad (3)$$

Введем еще очень важное определение: средние  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  назовем различимыми (обозначение  $\bar{x} \# \bar{y}$ ), если

$$\bar{x} \notin Q(\bar{y}) \vee \bar{y} \notin Q(\bar{x}). \quad (4)$$

Для реализации вычислений по критерию КЖ необходимо условия различимости и неразличимости средних выразить в соответствующих неравенствах.

Сначала реализуем сказанное для случая:

$$a) \bar{x} \leq \bar{y}.$$

Средние являются неразличимыми  $\bar{x}$  &  $\bar{y}$ , если верны неравенства:

$$\bar{x} > q_1 = \bar{y} - S_y \cdot \beta, \quad \bar{y} < p_2 = \bar{x} + S_x \cdot \beta.$$

(см. рис. 1).

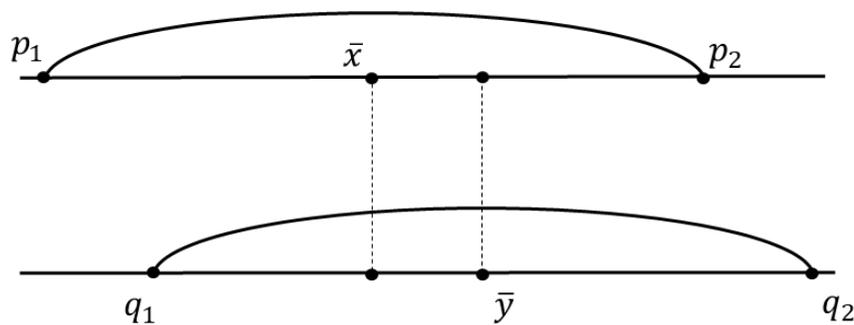


Рис. 1

Средние данных выборок являются различимыми,  $\bar{x} \neq \bar{y}$ , если  $\bar{x} < q_1 = \bar{y} - S_y \cdot \beta$ ,

(см. рис. 2),  
или  $\bar{y} > p_2$ .

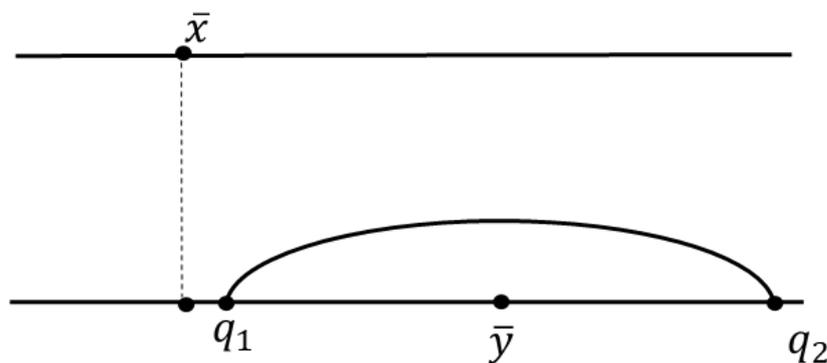


Рис. 2

Рассмотрим теперь случай б)  $\bar{x} \geq \bar{y}$ . Средние  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  – неразличимы,  $\bar{x}$  &  $\bar{y}$ , если верны неравенства

$$\bar{x} < q_2 = \bar{y} + S_y \cdot \beta, \quad \bar{y} > p_1 = \bar{x} - S_x \cdot \beta$$

(см. рис. 3).

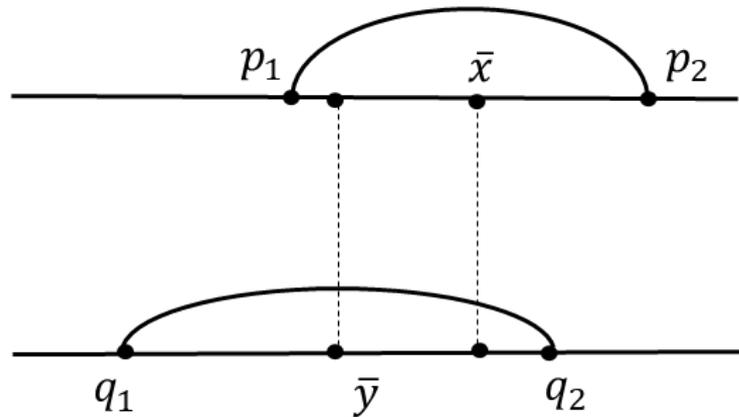


Рис. 3

Средние  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  различимы,  $\bar{x} \neq \bar{y}$ ,  
если  $\bar{x} > \bar{y} + S_y \cdot \beta$  (см. рис. 4),

или  $\bar{y} < p_1 = \bar{x} - S_x \cdot \beta$ ,  
где  $q_2 = \bar{y} + S_y \cdot \beta$ .

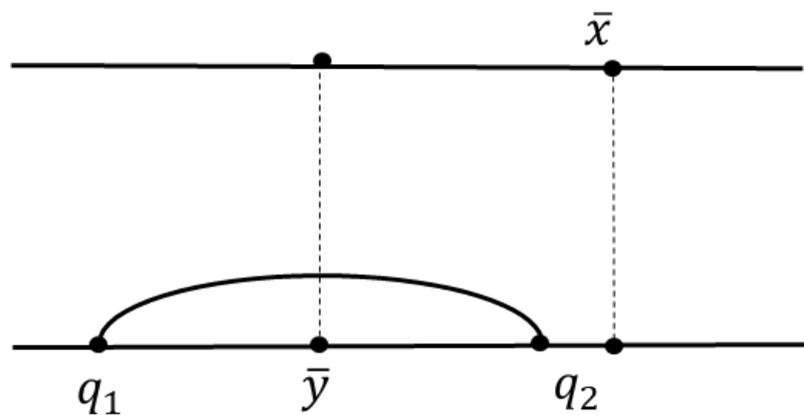


Рис. 4

Аналогичную работу должны провести относительно второго параметра – исправленных дисперсий  $S_X^2$  и  $S_Y^2$  выборок X и Y.

Окрестностью точки  $S_X^2$  назовем множество

$$Q(S_X^2) = \left( \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2, \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_X^2 \right), \mathbf{k} = \mathbf{n}-1. \quad (5)$$

Аналогично определяется окрестность  $Q(S_Y^2)$  точки  $S_Y^2$ :

$$Q(S_Y^2) = \left( \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_Y^2, \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_Y^2 \right), \quad (6)$$

$$\chi_{\alpha}^2 = \chi_{\alpha(q-1)}^2,$$

находится по таблице Приложения 6 [21],  $q$  – число категорий.

Исправленные дисперсии  $S_X^2$  и  $S_Y^2$  выборок X и Y назовем неразличимыми (обозначение  $S_X^2 \& S_Y^2$ ), если

$$S_Y^2 \in Q(S_X^2) \wedge S_X^2 \in Q(S_Y^2). \quad (7)$$

Далее, исправленные дисперсии  $S_X^2$  и  $S_Y^2$  выборок X и Y назовем различимыми (обозначение  $S_X^2 \# S_Y^2$ ), если

$$S_Y^2 \notin Q(S_X^2) \vee S_X^2 \notin Q(S_Y^2). \quad (8)$$

Для реализации вычислений по критерию КЖ необходимо условия различимости и неразличимости исправленных дисперсий данных выборок выразить в соответствующих неравенствах.

Сначала реализуем сказанное для случая:

а)  $S_X^2 \leq S_Y^2$ .

**Исправленные дисперсии являются неразличимыми ( $S_X^2$  &  $S_Y^2$ ), если верны неравенства:**

$$S_X^2 > \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_Y^2 \text{ и } S_Y^2 < \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_X^2,$$

(см. рис. 5),

где  $r_1 = \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_Y^2$ ,  $t_2 = \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_X^2$ .

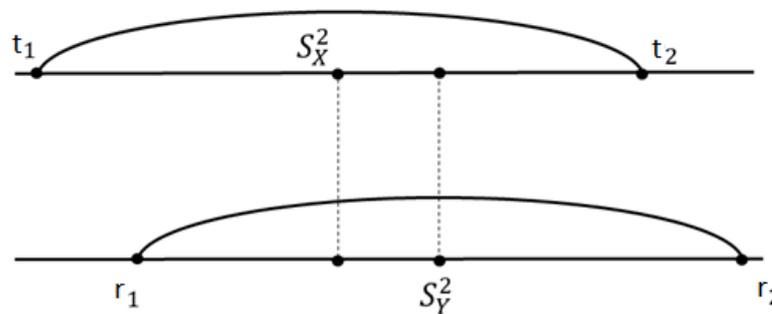


Рис. 5

**Исправленные дисперсии  $S_X^2$  и  $S_Y^2$  выборок X и Y являются различимыми, ( $S_X^2 \neq S_Y^2$ ), если**

$$(S_X^2 < \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_Y^2) \wedge (S_Y^2 \geq \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2) \vee (S_Y^2 > \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_X^2) \wedge (S_X^2 \leq \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_Y^2).$$

Используя первую часть, точнее формулу

$$(S_X^2 < \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_Y^2) \wedge (S_Y^2 < \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2), \quad (*)$$

можно вычислить те значения исправленных дисперсий, которые являются неразличимыми. То же самое можно сделать, используя вторую часть, точнее формулу

$$(S_Y^2 > \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_X^2) \wedge (S_X^2 > \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_Y^2), \quad (**)$$

можно вычислить те значения исправленных дисперсий, которые являются неразличимыми.

**Убедимся в истинности сказанного. Из верности формулы (\*) следует:**

$$S_X^2 \ll S_Y^2 \text{ и } S_Y^2 \ll S_X^2$$

**одновременно, т. е. исправленные дисперсии неразличимы.**

**Аналогично доказывается второе утверждение.**

Рассмотрим теперь случай, когда

б)  $S_X^2 \geq S_Y^2$ .

**Исправленные дисперсии являются неразличимыми, ( $S_X^2$  &  $S_Y^2$ ), если**

$$S_Y^2 > \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2 \text{ и } S_X^2 < \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_Y^2,$$

где  $t_1 = \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2$  (см. рис. 6),

где  $t_1 = \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2$ .

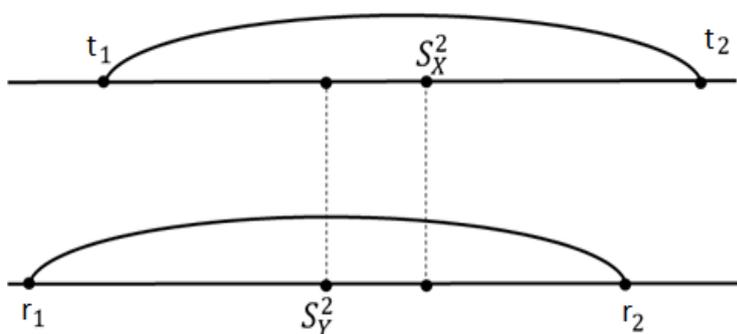


Рис. 6

Исправленные дисперсии являются различными ( $S_X^2 \neq S_Y^2$ ), если

$$(S_X^2 > \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_Y^2) \wedge (S_Y^2 \leq \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_X^2) \vee$$

$$(S_Y^2 < \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2) \wedge (S_X^2 \geq \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_Y^2).$$

Используя первую часть, т. е. формулу

$$(S_X^2 > \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_Y^2) \wedge (S_Y^2 < \frac{k}{\chi_{1-\alpha}^2} S_X^2), \quad (***)$$

можно вычислить те значения исправленных дисперсий, которые являются неразличимыми. То же самое можно сделать, используя вторую часть, т. е. формулу

$$(S_Y^2 < \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2) \wedge (S_X^2 < \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_Y^2). \quad (***)$$

Убедимся в истинности сказанного.

Из верности формулы (\*\*\*) следует:

$$S_X^2 \gg S_Y^2 \text{ и } S_Y^2 \gg S_X^2$$

одновременно, т. е. исправленные дисперсии неразличимы. Аналогично доказывается второе утверждение.

В дальнейшем будут использованы следующие обозначения:

$$\bar{x} \gg \bar{y} \Leftrightarrow \bar{x} > \bar{y} + \beta S_y;$$

$$S_X^2 \ll S_Y^2 \Leftrightarrow (S_X^2 < \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_Y^2) \wedge (S_Y^2 \geq \frac{k}{\chi_{\alpha}^2} S_X^2).$$

Теперь все готово, чтобы сформулировать КЖ для зависимых выборок.

Проводится конкурс среди двух педагогических технологий ПТ1 и ПТ2 на получение статуса ППТ – перспективной педагогической технологии (короче – победителя конкурса).

Пусть X и Y – репрезентативные (представительные) выборки объема n, взятые из соответствующих генеральных совокупностей с нормальным распределением вероятностей.

**1. Конкурс считается не состоявшимся (ничья), если одновременно:**

а) неразличимы средние и исправленные дисперсии;

б) различимы средние и исправленные дисперсии с неравенствами одинакового смысла:  $\bar{x} > \bar{y}, S_1^2 > S_2^2$ , или наоборот.

**2. Педагогическая технология ПТ1 – победитель конкурса тогда и только тогда, если:**

$$\text{в) } (\bar{x} \gg \bar{y}) \wedge (S_1^2 \& S_2^2 \vee S_1^2 \ll S_2^2);$$

$$\text{г) } S_1^2 \ll S_2^2 \wedge (\bar{x} \& \bar{y}).$$

Приведем хотя бы один демонстрационно-исследовательский пример.

**ДИП № 1.** Конкурируют две педагогические технологии ПТ1 – традиционная (технология «до») и ПТ2 – НПТ – новая педагогиче-

ская (технология «после») на получение статуса ППТ – перспективная педагогическая технология. На уровне значимости  $\alpha = 0,05$  определите победителя конкурса на основе четырех основных типов сравнения РУУ.

Результаты развития и успеваемости учащихся за определенные работы и время пяти учащихся по четырем категориям  $k_1, \dots, k_4$  даны в баллах с помощью матриц А и В (А для технологии «до» (табл. 5); В для технологии «после» (табл. 6).

Таблица 5

Категории			$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
Матрица А	Номера учащихся	1	6	5	4	7
		2	3	4	4	5
		3	5	3	7	11
		4	4	3	2	7
		5	7	5	6	4

Таблица 6

Категории			$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
Матрица В	Номера учащихся	1	8	3	5	4
		2	7	7	6	4
		3	4	6	7	5
		4	5	6	7	8
		5	5	6	7	8

**НИРС.** Решите этот пример в полном объеме для  $\alpha = 0,02$ .

**Решение.**

**Разбиение класса на сильные и слабые группы и составление конкурирующих пар учащихся и команд учащихся одноименных групп.** Оно проводится по следующему алгоритму:

**Шаг 1** – вычисление среднего результатов РУУ – развития и успеваемости учащихся. Пусть  $a_1(b_1)$  – средняя успеваемость первого

ученика, обучающегося по технологии «до» («после»), она равна среднему чисел выборки  $A_1(B_1)$ , составленной из элементов первой строки матрицы А (В); аналогично находятся средние и у остальных учащихся;

**Шаг 2** – разбиение класса на сильные и слабые группы проводит конкурсная комиссия с учетом средних успеваемости;

**Шаг 3** – составление конкурирующих пар среди учащихся и команд учащихся одноименных групп.

Наконец, конкурсной комиссии остается сделать заключительный шаг:

**Шаг 4 – подвести итоги конкурса, предварительно выявив победителя среди учащихся и команд учащихся одноименных групп.**

Приступаем к разбиению классов на группы и составлению конкурирующих пар в соответствии с предложенным алгоритмом.

**Шаг 1:**  $a_1 = 5,5$ ;  $a_2 = 4$ ;  $a_3 = 6,5$ ;  $a_4 = 4$ ;  $a_5 = 5,5$  – средние баллы учащихся, обучающихся по технологии «до»;

$b_1 = 5$ ;  $b_2 = 6$ ;  $b_3 = 5,5$ ;  $b_4 = 6,5$ ;  $b_5 = 6,25$  – средние баллы учащихся, обучающихся по технологии «после».

**Шаг 2** – разбиение класса на сильные и слабые группы учащихся, обучающихся по технологии «до».

**Сильная группа:** ученики с номерами 3, 1, 5 (выборки  $A_3 = (5, 3, 7, 11)$ ,  $A_1 = (6, 5, 4, 7)$ ,  $A_5 = (7, 5, 6, 4)$ ); остальные – **слабую группу** ( $A_2 = (3, 4, 4, 5)$ ,  $A_4 = (4, 3, 2, 7)$ ), технология обучения «до».

**После применения НПТ** – новой педагогической технологии **эти группы стали следующими:**  $(B_3, B_1, B_5)$  и  $(B_2, B_4)$ , где  $B_3 = (4, 6, 7, 5)$ ,  $B_1 = (8, 3, 5, 4)$ ,  $B_5 = (5, 6, 7, 8)$ ,  $B_2 = (7, 7, 6, 4)$ ,  $B_4 = (5, 6, 7, 8)$ .

**Шаг 3** – составление конкурирующих пар среди учащихся одноименных групп: для сильных групп (Т1.1) и для слабых групп (Т1.2); аналогично среди команд учащихся одноименных групп (для Т2.1 и Т2.2).

**Конкурирующие пары учащихся:**

$(A_3, B_3)$ ,  $(A_1, B_1)$ ,  $(A_5, B_5)$  среди учащихся сильных групп (для Т1.1);

$(A_2, B_2)$  и  $(A_4, B_4)$  среди учащихся слабых групп (для Т1.2);

**пары команд учащихся сильной группы:**  $(P_1, Q_1), \dots, (P_4, Q_4)$ ,

где  $P_1$  и  $Q_1$  – выборки, составленные из чисел первых столбцов соответственно матриц  $A$  и  $B$ , расположенных на строчках с номерами  $i \in \{3, 1, 5\}$ . Аналогично определяются и другие пары (это для Т2.1);

$P_1 = (5, 6, 7)$ ,  $Q_1 = (4, 8, 5)$ ; ;  $P_2 = (3, 5, 5)$ ,  $Q_2 = (6, 3, 6)$ ;

$P_3 = (7, 4, 6)$ ,  $Q_3 = (7, 5, 7)$ ; ;  $P_4 = (11, 7, 4)$ ,  $Q_4 = (5, 4, 8)$ ;

**пары команд учащихся слабой группы:**  $(M_1, N_1), \dots, (M_4, N_4)$ , где  $M_1$  и  $N_1$  – выборки, составленные из чисел первых столбцов соответственно матриц  $A$  и  $B$ , расположенных на строчках с номерами  $i \in \{2; 4\}$ . Аналогично определяются и другие пары (это для Т2.2);

$M_1 = (3; 4)$ ,  $N_1 = (7; 5)$ ;  $M_2 = (4; 3)$ ,  $N_2 = (7; 6)$ ;

$M_3 = (4; 2)$ ,  $N_3 = (6; 7)$ ;  $M_4 = (5; 7)$ ,  $N_4 = (4; 8)$ .

Заметим, что описанная конкуренция с действующими лицами отражает суть конкуренции между технологиями ПТ1 («до») и ПТ2 («после»). **Подшли к финишу, выявляя результаты конкуренции действующих лиц, в данном случае учащихся и команд учащихся, найдем соотношение успехов конкурирующих технологий и подведем итог.**

**Начнем с конкуренции учащихся сильных групп – Т1.1.**

**Первая пара**  $(A_3, B_3)$ , где  $A_3 = (5, 3, 7, 11)$  и  $B_3 = (4, 6, 7, 5)$ .

Вычислим средние  $a_3$  и  $b_3$ , исправленные дисперсии  $c$  и  $d$  указанных выборок:

$$a_3 = 6,5 \text{ и } b_3 = 5,5; c = 11,67 \text{ и } d = 1,67.$$

Докажем, что исправленные дисперсии различимы, причем  $d \ll c$ , т. е.  $1,67 < \frac{3 \cdot 11,67}{7,8}$ ,  $1,67 < 4,49$  – верное неравенство.

Теперь убедимся, что средние неразличимы. Для этого достаточно доказать истинность следующих двух неравенств:

$6,5 < 5,5 + \beta \cdot \sqrt{d}$ ,  $6,5 < 5,5 + 0,83 \cdot 1,29$ ,  $6,5 < 6,57$  – верное неравенство;

$5,5 > 6,5 - \beta \cdot \sqrt{c}$ ,  $5,5 > 6,5 - 0,83 \cdot 3,42$  – верное неравенство.

Отсюда следует, что в этой паре выиграла выборка  $B_3$ .

Ответ: **победа присуждается НПТ.**

Аналогично решаются и в других случаях.

### Независимые выборки

Практически все, что сказано относительно зависимых выборок, имеет место и для независимых, главное – критерий КЖ выражается точно теми же словами, но есть небольшие уточнения при вычислении коэффициента  $\beta$  и составлении конкурирующих пар выборок. Поэтому ограничимся изложением этих уточнений.

Поскольку могут быть различными как сами учащиеся, так и их число, то:

1) матричная модель ММ2 – аналог ММ1 определяется парой матриц  $A$  и  $B$ , соответственно размерностей  $n \times q$  и  $m \times q$ , где  $q$  – число категорий,  $n$  и  $m$  – численности учащихся в первом и во втором классах соответственно;

2) коэффициенты для выборок  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$  и  $Y = \{y_1, \dots, y_m\}$  равен соответственно  $\beta_1 = \frac{u_{кр}(2\alpha)}{\sqrt{n}}$  и  $\beta_2 = \frac{u_{кр}(2\alpha)}{\sqrt{m}}$ ;

3) изменяется составление конкурирующих пар выборок:

**Шаг 1.** Вычисление средних баллов по успеваемости учащихся первого и второго классов.

**Шаг 2.** Составление из 3–5 пар группы сильных по успеваемости учащихся этих классов, аналогично составляется слабая группа.

Далее проводятся традиционные вычисления.

### Заключение

#### *Итоги исследований в области зависимых и независимых выборок*

1. Предлагаемые матричный метод сбора информации и система сравнения результатов развития и успеваемости каждого индивидуума по всем категориям и их команд по отдельным категориям являются источниками объективной и достоверной информации о состоянии образования. В качестве индивидуума могут быть учащиеся, студенты, больные, спортсмены и т. д.; из животных – мыши, крысы и т. д. Эти матрицы могут содержать соответствующую информацию о всех и обо всем. Поэтому модели ММ1 и ММ2, построенные на этих матрицах, обобщают известные модели этой области, они применимы в области образования и экспериментальных науках.

2. Система сравнения результатов развития и успеваемости состоит из четырех типов:

T1.1 – сравнение результатов развития и успеваемости учащихся сильных групп по всем категориям;

T1.2 – сравнение результатов развития и успеваемости учащихся слабых групп по всем категориям;

T2.1 – сравнение результатов развития и успеваемости команд учащихся сильных групп по отдельным категориям;

T2.2 – сравнение результатов развития и успеваемости команд учащихся слабых групп по отдельным категориям.

Разбиение классов на сильные и слабые группы связано с созданием условий для обеспечения объективности результатов сравнения. Легко реализовать сказанное, если организовано дифференцированное обучение, но этого можно добиться и при традиционной системе образования.

3. Критерий КЖ свободен от всех недостатков функционирующей системы критериев в области образования и экспериментальных наук; применим для исследования зависимых и независимых выборок; решает проблему прогнозирования направления изменения УУ – «улучшение – ухудшение».

**Изменение будет в лучшую сторону тогда и только тогда, когда будет внедрена в научно-образовательный процесс та педагогическая технология, которая стала победителем конкурса, проводимого на основе КЖ.**

Переход к одному и непротиворечивому критерию усиливает доступность и привлекательность **критерия КЖ**, не пугает и не отталкивает учителей и преподавателей – основных потребителей результатов исследований и активных участников процесса повышения качества образования; объем научно-методического материала, необходимого для исследования проблем образования и экспериментальных наук, в десятки раз меньше, чем аналогичный материал, построенный на известных 12 критериях.

Это все достигнуто благодаря тому, что КЖ – двухпараметрический критерий, первым параметром является среднее (среднее арифметическое значений вариант выборки) – наивысшая точка функции плотности закона нормального распределения вероятностей (показатель успеваемости), вторым – разброс (дисперсия) – отклонение вариант выборки от среднего. Чем меньше разброс, тем кучнее ложатся варианты вокруг наивысшей точки, тем больше сумма значений вариант, т. е. выше успеваемость группы (класса).

Оба параметра совершенно равноправно участвуют в процессе определения победителя конкурса. Однопараметрические критерии не имеют доступа к половине информации об успеваемости учащихся, поэтому они напоминают либо птиц с одним крылом, либо одноглазых людей, которые не могут точно определить расстояние до объекта.

Поскольку критерий КЖ объективно и достоверно показывает значимость нового результата по сравнению с имеющимися, то, прежде чем опубликовать статью или присудить ученую степень и т. д., необходимо **провести проверку на научность, например в области экспериментальных наук на основе указанного критерия КЖ. Иначе говоря, ввести вторую проверку на «антинужность», аналогичную первой, известной как «антиплагиат», с целью очищения науки от засорения.**

### **Вывод**

**Модели, типы сравнений результатов личностного развития и успеваемости учащихся и их команд, критерий автора представляют собой математический комплекс (МК): свободный от «недугов» критериев-предшественников; не имеющий ограничений ни на число учащихся, ни на количество категорий; способствующий уменьшению объема непротиворечивого научно-методического материала по МС в десятки раз и выявлению перспективных технологий, которые содействуют повышению качества исследований в области экспериментальных наук, в том числе образования – и как следствие: **достоин внедрения в научно-образовательный процесс.****

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Жафяров А. Ж. Уточненные математические методы обработки результатов педагогических исследований и статистических данных: монография. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2021. – 219 с.
2. Жафяров А. Ж. Модели и критерии для мониторинга качества образования // *Science for Education Today*. – 2021. – № 4. – С. 136–154. DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2104.07>
3. Ashilova M. S., Begalinov A. S., Latuha O. A., Pushkarev Yu. V., Begalinova K. K., Pushkareva E. A. Prospects of the post-digital university: analysis of program documents in the field of education // *Russian Journal of Regional Studies*. – 2022. – Vol. 30 (3). – P. 698–720. DOI: <https://doi.org/10.15507/2413-1407.120.030.202203.698-720> URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49467874>
4. Judrups J., Zandbergs U., Arhipova I., Vaisnore L. Architecture of a Competence – Based Human Resource Development Solution // *Procedia Computer Science*. – Vol. 77. – P. 184–190. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.12.382>
5. Lauer mann F., König J. Teachers' professional competence and wellbeing: Understanding the links between general pedagogical knowledge, self-efficacy and burnout // *Learning and Instruction*. – 2016. – Vol. 45. – P. 9–19. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.06.006>
6. Miranda S., Orciuoli F., Loia V., Sampson D. An ontology-based for competence management // *Data and Knowledge Engineering*. – 2017. – Vol. 107. – P. 51–66. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.datak.2016.12.001>
7. Rezgui K., Mhiri H., Ghedira K. Ontology-based e-Portfolio modeling for supporting lifelong competency assessment and development // *Procedia Computer Science*. – 2017. – Vol. 112. – P. 397–406. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.08.041>
8. Ivinskaya E. Y., Nikitin A. A., Markovichev A. S., Zhafyarov A. Z., Milinis O. A., Zhukov G. N., Sinenko V. Y., Mavrina I. A. Development of competitive relations in the Russian market of educational services // *International Review of Management and Marketing*. – 2016. – Vol. 6 (1). – P. 65–69. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26830068>
9. Balykbayev T., Bidaibekov E., Grinshkun V., Kurmangaliyeva N. The influence of interdisciplinary integration of information technologies on the effectiveness of it training of future teachers // *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*. – 2022. – № 5. – P. 1265–1274. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48424171>
10. Bergsmann E., Schultes M.-Th., Winter P., Schober B., Spiel Ch. Evaluation of competence-based teaching in higher education: From theory to practice // *Evaluation and Program Planning*. – 2015. – Vol. 52. – P. 1–9. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.evalprogplan.2015.03.001>
11. Brevik L. M., Gudmundsdottir G. B., Lund A., Strømme T. A. Transformative agency in teacher education: Fostering professional digital competence // *Teaching and Teacher Education*. – 2019. – Vol. 86. – P. 102875. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.07.005>
12. Schipper T., Goei S. L., de Vries S., van Veen K. Professional growth in adaptive teaching competence as a result of Lesson Study // *Teaching and Teacher Education*. – 2017. – Vol. 68. – P. 289–303. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.09.015>
13. Stefanutti L., de Chiusole D. On the assessment of learning in competence-based knowledge space theory // *Journal of Mathematical Psychology*. – 2017. – Vol. 80. – P. 22–32. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmp.2017.08.003>



14. Aleshinskaya E., Albatsha A. A cognitive model to enhance professional competence in computer science // *Procedia Computer Science*. – 2020. – Vol. 169. – P. 326–329. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.02.191>
15. Guerrero Chanduví D. A., Girón Escobar C., Jara Gallo D., Cruz Alayza V. Analysis of the Intellectual Structure of Scientific Papers about Professional Competences Related to Organizational Psychology // *Procedia – Social and Behavioral Sciences*. – 2016. – Vol. 226. – P. 286–293. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.06.190>
16. Instefjord E. J., Munthe E. Educating digitally competent teachers: A study of integration of professional digital competence in teacher education // *Teaching and Teacher Education*. – 2017. – Vol. 67. – P. 37–45. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.05.016>
17. Cheetham G., Chivers G. The reflective (and competent) practitioner: a model of professional competence which seeks to harmonise the reflective practitioner and competence-based approaches // *Journal of European Training*. – 1998. – Vol. 22 (7). – P. 267–276. DOI: <https://doi.org/10.1108/03090599810230678>
18. Bilal, Guraya S. Y., Chen S. The impact and effectiveness of faculty development program in fostering the faculty's knowledge, skills, and professional competence: A systematic review and meta-analysis // *Saudi Journal of Biological Sciences*. – 2019. – Vol. 26. – P. 688–697. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sjbs.2017.10.024>
19. Pijl-Zieber E. M., Barton S., Konkin J., Awosoga O., Caine V. Competence and competency-based nursing education: Finding our waythrough the issues // *Nurse Education Today*. – 2014. – Vol. 34 (5). – P. 676–678. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nedt.2013.09.007>
20. Gravina E. W. Competency-Based Education and Its Effect on Nursing Education: A Literature Review // *Teaching and Learning in Nursing*. – 2017. – Vol. 12 (2). – P. 117–121. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.teln.2016/11.004>
21. Жафяров А. Ж. Новая математическая статистика для обработки результатов педагогических исследований и статистических данных: монография. – Новосибирск: Изд-во НГПУ, 2022. – 143 с.
22. Жафяров А. Ж. Критерий для исследования зависимых и независимых выборок в области образования // *Science for Education Today*. – 2022. – № 3. – С. 69–91. DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2203.04>

Поступила: 31 января 2023

Принята: 11 марта 2023

Опубликована: 30 апреля 2023

### Информация об авторах

#### Жафяров Акрам Жафярович

доктор физико-математических наук, профессор,  
член-корреспондент РАО,  
кафедра геометрии и методики обучения математике,  
Новосибирский государственный педагогический университет,  
Виллюйская ул., 28, 630126, Новосибирск, Новосибирская обл., Россия.  
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1339-1472>  
E-mail: [akram39@yandex.ru](mailto:akram39@yandex.ru)



## Refined and supplemented author's criterion for the study of dependent and independent samples in the field of experimental sciences (with the focus on education)

Akryam Zh. Zhafyarov  <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Novosibirsk State Pedagogical University, Novosibirsk, Russian Federation

### Abstract

**Introduction.** The article is devoted to the triune system: 1) the selection of primary information about the problem under study; 2) the principle of comparing pairs of samples; 3) the criterion for determining a promising technology among competing ones. It is a continuation of the author's previous research. The work is directly related to the research of samples in the field of experimental sciences and deals with education.

**Materials and Methods.** The methodology for solving the problem of creating a triune system (selection - comparison - criterion) is a systematic analysis of the shortcomings of functioning criteria and the use of a cluster approach.

**Results.** A mathematical complex (MC) has been developed containing the following components: matrix models that take into account the academic performance and personal development of students and allow to collect first-hand information about students' activities; a new system for comparing the results of the application of innovations and the criterion of the author of QL: free from all the shortcomings of the predecessor criteria, with no restrictions on the number of students and categories; contributing to the identification of the best technologies among competing; reducing the volume of theory tenfold, which gives significant savings in time and finances, and its consistency attracts professionals. All this is achieved due to the fact that the QL criterion is two-parameter, unlike the one-parameter criteria, they do not have access to about 50% of the information about the problem under study.

**Conclusions** The implementation of a mathematical complex in the scientific and educational processes not only contributes to the selection of an appropriate technology among competing ones, but also solves the problem of predicting the direction of changes in "improvement – deterioration" system. The transition to a single and consistent quality of life criterion enhances the accessibility and attractiveness of this criterion, does not frighten or repel teachers and academic staff– who are the main consumers of research results and active participants in the process of improving the quality of education.

### Keywords

One-parameter criteria; Two-parameter criteria; Dependent samples; Independent samples; Matrix; Matrix model; Mean; Variance; Corrected variance.

### For citation

Zhafyarov A. Zh. Refined and supplemented author's criterion for the study of dependent and independent samples in the field of experimental sciences (with the focus on education). *Science for Education Today*, 2023, vol. 13 (2), pp. 123–144. DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2302.06>

  Corresponding Author: Akryam Zh. Zhafyarov, [akram39@yandex.ru](mailto:akram39@yandex.ru)

© Akryam Zhafyarovich Zhafyarov, 2023



## REFERENCES

1. Zhafyarov A. Zh. *Refined mathematical methods for processing the results of pedagogical research and statistical data*: monography. Novosibirsk: Publishing house of NGPU, 2021. 219 p.
2. Zhafyarov A. Z. Models and criteria for monitoring the quality of education. *Science for Education Today*, 2021, vol. 11 (4), pp. 136–154. DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2104.07>
3. Ashilova M. S., Begalinov A. S., Latuha O. A., Pushkarev Yu. V., Begalinova K. K., Pushkareva E. A. Prospects of the post-digital university: analysis of program documents in the field of education. *Russian Journal of Regional Studies*, 2022, vol. 30 (3), pp. 698–720. DOI: <https://doi.org/10.15507/2413-1407.120.030.202203.698-720> URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=49467874>
4. Judrups J., Zandbergs U., Arhipova I., Vainore L. Architecture of a competence – based human resource development solution. *Procedia Computer Science*, 2015, vol. 77, pp. 184–190. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.12.382>
5. Lauer mann F., König J. Teachers' professional competence and wellbeing: Understanding the links between general pedagogical knowledge, self-efficacy and burnout. *Learning and Instruction*, 2016, vol. 45, pp. 9–19. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.06.006>
6. Miranda S., Orciuoli F., Loia V., Sampson D. An ontology-based model for competence management. *Data and Knowledge Engineering*, 2017, vol. 107, pp. 51–66. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.datak.2016.12.001>
7. Rezgui K., Mhiri H., Ghédira K. Ontology-based e-Portfolio modeling for supporting lifelong competency assessment and development. *Procedia Computer Science*, 2017, vol. 112, pp. 397–406. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.08.041>
8. Ivinskaya E. Y., Nikitin A. A., Markovichev A. S., Zhafyarov A. Z., Milinis O. A., Zhukov G. N., Sinenko V. Y., Mavrina I. A. Development of competitive relations in the Russian market of educational services. *International Review of Management and Marketing*, 2016, vol. 6 (1), pp. 65–69. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26830068>
9. Balykbayev T., Bidaibekov E., Grinshkun V., Kurmangaliyeva N. The influence of interdisciplinary integration of information technologies on the effectiveness of it training of future teachers. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 2022, no. 5, pp. 1265–1274. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48424171>
10. Bergsmann E., Schultes M.-Th., Winter P., Schober B., Spiel Ch. Evaluation of competence-based teaching in higher education: From theory to practice. *Evaluation and Program Planning*, 2015, vol. 52, pp. 1–9. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.evalprogplan.2015.03.001>
11. Brevik L. M., Gudmundsdottir G. B., Lund A., Strømme T. A. Transformative agency in teacher education: Fostering professional digital competence. *Teaching and Teacher Education*, 2019, vol. 86, pp. 102875. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2019.07.005>
12. Schipper T., Goei S. L., de Vries S., van Veen K. Professional growth in adaptive teaching competence as a result of Lesson Study. *Teaching and Teacher Education*, 2017, vol. 68, pp. 289–303. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.09.015>
13. Stefanutti L., de Chiusole D. On the assessment of learning in competence based knowledge space theory. *Journal of Mathematical Psychology*, 2017, vol. 80, pp. 22–32. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmp.2017.08.003>



14. Aleshinskaya E., Albatsha A. A cognitive model to enhance professional competence in computer science. *Procedia Computer Science*, 2020, vol. 169, pp. 326–329. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.02.191>
15. Guerrero Chanduví D. A., Girón Escobar C., Jara Gallo D., Cruz Alayza V. Analysis of the intellectual structure of scientific papers about professional competences related to organizational psychology. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 2016, vol. 226, pp. 286–293. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.06.190>
16. Instefjord E. J., Munthe E. Educating digitally competent teachers: A study of integration of professional digital competence in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 2017, vol. 67, pp. 37–45. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2017.05.016>
17. Cheetham G., Chivers G. The reflective (and competent) practitioner: A model of professional competence which seeks to harmonise the reflective practitioner and competence-based approaches. *Journal of European Industrial Training*, 1998, vol. 22 (7), pp. 267–276. DOI: <https://doi.org/10.1108/03090599810230678>
18. Bilal, Guraya S. Y., Chen S. The impact and effectiveness of faculty development program in fostering the faculty's knowledge, skills, and professional competence: A systematic review and meta-analysis. *Saudi Journal of Biological Sciences*, 2019, vol. 26, pp. 688–697. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sjbs.2017.10.024>
19. Pijl-Zieber E. M., Barton S., Konkin J., Awosoga O., Caine V. Competence and competency-based nursing education: Finding our way through the issues. *Nurse Education Today*, 2014, vol. 34 (5), pp. 676–678. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nedt.2013.09.007>
20. Gravina E. W. Competency-based education and its effect on nursing education: A literature review. *Teaching and Learning in Nursing*, 2017, vol. 12 (2), pp. 117–121. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.teln.2016.11.004>
21. Zhafyarov A. Zh. *New mathematical statistics for processing the results of pedagogical research and statistical data*: monography. Novosibirsk: Publishing house of NGPU, 2022. 143 p.
22. Zhafyarov A. Z. Criteria for studying dependent and independent samples in the field of education. *Science for Education Today*, 2022, vol. 12, no. 3, pp. 69–91. DOI: <http://dx.doi.org/10.15293/2658-6762.2203.04>

Submitted: 31 January 2023

Accepted: 10 March 2023

Published: 30 April 2023



This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. (CC BY 4.0).

### Information about the Authors

#### Akryam Zhafyarovich Zhafyarov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Corresponding  
Member of the Russian Academy of Education,  
Department of Geometry and Methods of Teaching Mathematics,  
Novosibirsk State Pedagogical University,  
28 Vilyuiskaya Str., 630126, Novosibirsk, Russian Federation.  
ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-1339-1472>  
E-mail: [akram39@yandex.ru](mailto:akram39@yandex.ru)

